

미국 달러 가치내의 합리적 거품규모 추정*

김장열** · 임기영***

차 례

- I. 서론
- II. 환율 결정 모형
- III. 추정에 사용된 자료와 추정결과
- IV. 결론

I. 서론

최근 달러가치가 지속적으로 약세를 보이면서 일각에서는 이것이 미국 경제의 구조적 문제로 인하여 초래된 것으로 세계 시장에서 미국의 위상의 약화를 반영한다는 시각이 대두되고 있다. 그러나 실상 미국 경제를 들여다보면 이런 해석에 의구심을 갖게 된다. 즉 미국 경제는 성장세를 이어가고 있으며 실업률은 낮은 수준을 유지하고 있으며 소비도 활발하다. 실제 미국의 만성 무역적자로 주요국 통화대비 달러 가치가 하락했지만 2001년 이후 새 일자리는 930만 개나 만들어졌다. 소비나 투자 등 미국의 다른 경제지표도 좋은 흐름을 이어가고 있다. 하지만 자국 통화가치가 상승한 일본은 36만개, 유로존 대부분의 나라에선 110만개의 신규 일자리가 창출되는 데 그쳤다.

향후 달러 가치의 움직임에 대해서는 지속적으로 가치가 하락했지만 앞으로도 이런 추세가 지속될 것이란 전망이 우세하다. 예를 들어 세계경제포럼(WEF)은 2002년 이후 미 달러화의 실질 환율이 23% 평가절하 됐지만 앞으

* 이 논문은 한국외국어대학교 학술연구비 지원에 의한 것임

** 한국외국어대학교 상경대학 국제통상학과 조교수

*** 한국외국어대학교 상경대학 국제통상학과 부교수 (교신저자)

로도 이런 추세가 지속될 것이라고 내다봤다. 미국 내 학자들도 달러 약세를 용인해야 한다는 주장을 펴고 있다. 마틴 펠드스타인 교수는 “달러가치가 지난 5년간 15%가량 하락했으나 여전히 과대 평가돼 있다”며 “경상수지 개선을 위해선 미국의 저축률을 끌어올리는 것과 함께 달러가치를 더 떨어뜨려야 한다”고 강조했다.

그렇지만 앞서 지적한대로 미국경제의 각종 지표들은 그리 비관적이지 않다. 따라서 본 논문은 과연 미국달러의 가치가 거시경제 기초 변수들을 토대로 할 때 상대적으로 지나치게 저평가 된 것은 아닌지를 살펴보는 것을 주요 목적으로 한다.

본 논문은 유로와 캐나다 달러 대비 미국 달러 환율에 대한 통계적 버블의 존재유무를 추정한다. 우리는 환율의 관측되지 않은 거품요소를 추정하기 위하여 Kalman 필터 기법을 적용한다. 추정결과는 미국 달러가 최근에 미국경제의 본원적 시장 가치를 하회하여 상당히 저 평가 되었음을 시사한다. 또한 모형의 오차항에 자기회귀 조건부 이분산성을 가정할 경우 질적으로 동일한 결과를 얻었다. 환율 결정의 통화모형을 이용하여 환율에 대한 해를 두 요소의 합으로 표현하는데, 근본해로 일컬어지는 첫 번째 요소는 관측된 시장 근본 변수들의 함수이고, 두 번째 요소는 통화 모형을 충족시키며 통계적 거품이라 불리는 관측되지 않은 변수이다. 통화 모형 시장근본 과정 거품과정은 상태 공간 형태로 표현되며 여기서 거품은 미 관측 상태변수로 다루어진다.

자료를 통한 통계적 검증 결과 버블 추정치의 추이는 최근 5년간 미 달러가 보여 온 유로화 대비 약세기조는 상당부분 유로화 가치의 과도한 고평가 또는 달러가치의 과도한 저평가에 의한 것임을 보여준다. 한편, 최근까지 대 캐나다 달러 대비 미 달러의 실제 가치는 대체로 시장 본원 가치를 중심으로 소폭으로 등락하였으나, 2005년 말 이래 미 달러의 가치는 캐나다 달러에 대해서도 과도한 저평가를 지속하는 것으로 보인다. 즉, 근래의 버블 추정치가 0에 가장 근접한 시점인 2005년 8월 이래 캐나다 달러대비 미 달러가치의 저평가분도 지속적으로 확대되어 왔으며, 최근 들어 그 크기는 시장 본원 가치 대비 4.5%에 달하는 것으로 추정된다.

자기회귀 조건부 이분산성의 존재 시 질적으로는 같은 결과를 보이며, 유로

화 대비 환율의 경우 2002년 6월 이후 달러가치의 과도한 약세기조가 확대되는 모습을 다시 한 번 확인해주고 있다. 미 달러의 가치가 대 캐나다 달러에 대비해서도 2002년 중반 이래 지속적으로 저평가 기조가 확대되어 왔음을 보여주며, 특히 최근 들어 미 달러화의 실제 가치는 본원 가치 대비 30% 가까이 과도하게 저평가 되어 있음을 보인다.

본 논문은 다음과 같이 구성된다. 제 II장에서는 환율결정모형을 제시한다. 제 III장에서는 추정에 사용된 자료와 추정결과에 대하여 논의한다. 자료와 몇 가지 예비 진단을 한다. 마지막으로 제 IV장에서는 결론을 제시한다.

II. 환율 결정 모형

본고에서는 Meese(1986)가 사용한 통화론적 환율 결정 모형을 원용하여 환율의 본원 가치 및 버블을 추정한다. 본국과 외국의 두 나라를 상정하는데, 두 나라는 동일한 화폐 수요 방정식을 가진다고 가정한다. 두 나라의 통화시장 균형 조건을 결합하면

$$(1) \quad m_t - p_t = a_1 y_t - a_2 r_t \text{가 된다.}$$

여기서 m_t, p_t, y_t 는 각각 본국과 외국사이의 상대 화폐공급, 상대가격수준, 상대실질소득의 자연 로그이며, r_t 는 두 나라간의 이자율 차이를 나타낸다. a_1 은 두 나라에 공통인 소득 탄력성이며, a_2 는 이자율 준-탄력성(semi-elasticity)이다.

이자율 평가설이 성립한다고 가정하면

$$(2) \quad r_t = E_t e_{t+1} - e_t \text{라는 수식을 얻게 된다.}$$

여기서 e_t 는 t시점에서 현물환율의 자연 로그이며, E_t 는 t시점에서 이용 가능한 정보 하의 수학적 기대치를 의미한다.

실제 환율이 구매력 평가설로부터 이탈하는 부분은 임의 보행(random walk)을 따른다고 가정하면,

$$(3) \quad e_t - p_t = u_t \text{가 된다.}$$

여기서 $u_t = u_{t-1} + \varepsilon_t$, $\varepsilon_t \sim iid N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ 이다. m_t 와 y_t 가 외생적이라는 가정 하에¹⁾, 수식 (2)와 (3)을 (1)에 대입함으로써 다음 수식을 얻는다.

$$(4) \quad e_t = (1-b)x_t + bE_t e_{t+1} + (1-b)u_t$$

여기서 $x_t \equiv m_t - a_1 y_t$, $b \equiv \frac{a_2}{1-a_2}$, $0 < b < 1$ 이다. 변수 x_t 를 시장 기초 변수로 해석할 경우 e_t^f 로 표시된 수식 (4)에 대한 “유일한 예시적 본원” 해(forward looking fundamental solution)는

$$(5) \quad e_t^f = (1-b) \sum_{i=0}^{\infty} b^i E_t(x_{t+i}) + u_t \text{로 나타 낼 수 있다.}$$

그러나 수식 (5)는 수식 (4)에 대한 하나의 특별해일 뿐이며, 아래의 수식 (6)을 만족하는 임의의 시계열 $\{B_t\}$ 도

$$(6) \quad E_t(B_{t+j}) = B_t \left(\frac{1}{b}\right)^j, \text{ for } j=0, 1, 2, \dots,$$

아래의 식(7) 역시 환율 $\{e_t\}$ 에 대한 일반해가 된다.

$$(7) \quad e_t = (1-b) \sum_{i=0}^{\infty} b^i E_t(x_{t+i}) + u_t + B_t = e_t^f + B_t$$

따라서 $\{B_t\}$ 를 환율내의 버블로 본다면, 위의 수식 (5)와 (7)을 각각 시장 근분해와 버블해 (bubble solution)로 볼 수 있다.

식 (7)을 차분하면 다음 식 (8)과 같다.

$$\begin{aligned} \Delta e_t &= (1-b) \sum_{i=0}^{\infty} b^i (E_t x_{t+i} - E_{t-1} x_{t+i-1}) + \varepsilon_t + \Delta B_t \\ &= \Delta e_t^f + \Delta B_t \end{aligned}$$

우리는 시장 근분변수들이

$$\Delta x_t = \sum_{i=1}^h c_i \Delta x_{t-i} + \delta_t, \quad \delta_t \sim iid N(0, \sigma_\delta^2) \quad (9)$$

1) 제 III절의 실증분석 단계에서 m_t 와 y_t 의 약 외생성은 Granger-Causality Test를 통해 사전에 검정하였다.

처럼 $ARIMA(h, 1, 0)$ 과정을 따른다고 가정한다.

수식 (8)에 있는 조건부 기대치를 평가하기 위하여 우리는 t 시점에서의 정보 집합이 시장 근본 변수들의 현재 과거에 실현된 값들만을 포함한다고 가정한다. 식 (9)를 동반형(companion form)으로 나타내면,

$$Y_t = AY_{t-1} + v_t \quad (9')$$

여기서 $Y_t = (\Delta x_t, \Delta x_{t-1}, \dots, \Delta x_{t-h+1})'$ 와 $v_t = (\delta_t, 0, 0, \dots, 0)'$ 는 각각 $h \times 1$ 벡터들이며

$$A = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 & c_3 & \dots & c_{h-1} & c_h \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} \text{는 } h \times h \text{ 행렬}$$

이다.

$g = (1, 0, 0, \dots, 0)$ 를 $h \times 1$ 열벡터라고 하면, $\Delta x_t = gY_t$ 와 $E_t \Delta x_{t+i} = gE_t Y_{t+i} = gA^i Y_t$ 를 도출 할 수 있으며, 이로부터 다시 $E_t x_{t+i} = E_t(x_t + \sum_{j=1}^i \Delta x_{t+j}) = x_t + g \sum_{j=1}^i A^j Y_t$ 의 예측치를 얻을 수 있다.²⁾ 이 식과 몇 단계의 계산을 통해, 우리는 다음과 같은 환율 방정식을 얻는다.

$$(10) \quad \Delta e_t = \Delta x_t + M \Delta Y_t + \Delta B_t + \varepsilon_t$$

여기서

$$M = [m_1 m_2 \dots m_h g] = (I - A)^{-1} [A - (1 - b)(I - bA)^{-1} A]$$

(11)는 h 열벡터이며 I 는 $h \times h$ 항등 행렬이다.

버블 시계열 $\{B_t\}$ 의 DGP가

$$B_t = \frac{1}{\rho} B_{t-1} + n_t, \quad n_t \sim iid N(0, \sigma_n^2) \quad (6')$$

이라고 가정하면,

위의 환율 모형은 상태 공간 형태로 표현될 수 있으며, 따라서 우리는 Kalman 필터 기법을 통해 관측되지 않은 확률적 환율 거품인 $\{B_t\}$ 를 추정할 수 있다. w_t 를 미 관측 상태 변수 벡터라 하고, g_t 와 z_t 를 각각 관측 가능한 투입과 산출 변수 벡터라 하면 위 식 (6'), (9), 및 (10)으로 구성되는 상태 공

2) 자세한 도출과정은 Campbell and Shiller(1988)에 제시되어 있다.

간 모형은 다음과 나타낼 수 있다.

$$w_{t+1} = Fw_t + Gg_t + \xi_{t+1} \quad (12a)$$

$$z_t = Hw_t + Dg_t + \zeta_t \quad (12b)$$

$$\begin{aligned} w_t &\equiv (B_t, B_{t-1})', \\ z_t &\equiv (\Delta x_t, \Delta e_t)', \\ g_t &\equiv (\Delta x_t, \Delta x_{t-1}, \Delta x_{t-2}, \dots, \Delta x_{t-h})', \\ \xi_t &\equiv (n_t, 0)', \\ \zeta_t &\equiv (\delta_t, \varepsilon_t)' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F &\equiv \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ b & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad G \equiv \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad H \equiv \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (13) \\ D &\equiv \begin{bmatrix} 0 & c_1 & c_2 & \dots & c_{h-1} & c_h \\ (1+m_1) & (m_2-m_1) & (m_3-m_2) & \dots & (m_h-m_{h-1}) & -m_h \end{bmatrix} \\ \Omega &= \begin{bmatrix} \sigma_n^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ R &= \begin{bmatrix} \sigma_\delta^2 & 0 \\ 0 & \sigma_\varepsilon^2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

또한 위 식 (13)에서 ξ_t 와 ζ_t 는 각각 전이 방정식 (transition equation)과 측정방정식(measurement equation)에의 교란항 벡터들이며, 우리는 교란항 ξ_t 와 ζ_t 가 서로 독립이라고 가정한다. 이에 다음 식들이 도출된다.

$$E(\xi_t) = 0, \quad E(\zeta_t) = 0$$

$$E(\xi_t \xi_t') = \Omega, \quad E(\zeta_t \zeta_t') = R$$

위와 같이 설정된 상태 공간 모형의 모수인 F, G, H, D, Ω, R 은 다음의 로 그우도함수를 최대화함으로써 추정할 수 있다.

$$L(\beta, g) = \text{const} - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T (\ln[\det(HP_{t,t-1}H + R)] + \zeta'_{t,t-1}(HP_{t,t-1}H + R)^{-1}\zeta_{t,t-1}) \quad (16)$$

일단 모수의 최우추정치가 얻어지면 상태 벡터 및 오차 공분산 행렬의 평탄화된 추정치들(smoothed estimates)이 Kalman 필터기법과 전체 표본 평탄화

(full-sample smoothing)를 통하여 만들어질 수 있다.³⁾

Ⅲ. 추정에 사용된 자료와 추정결과

1. 기본 모형의 추정

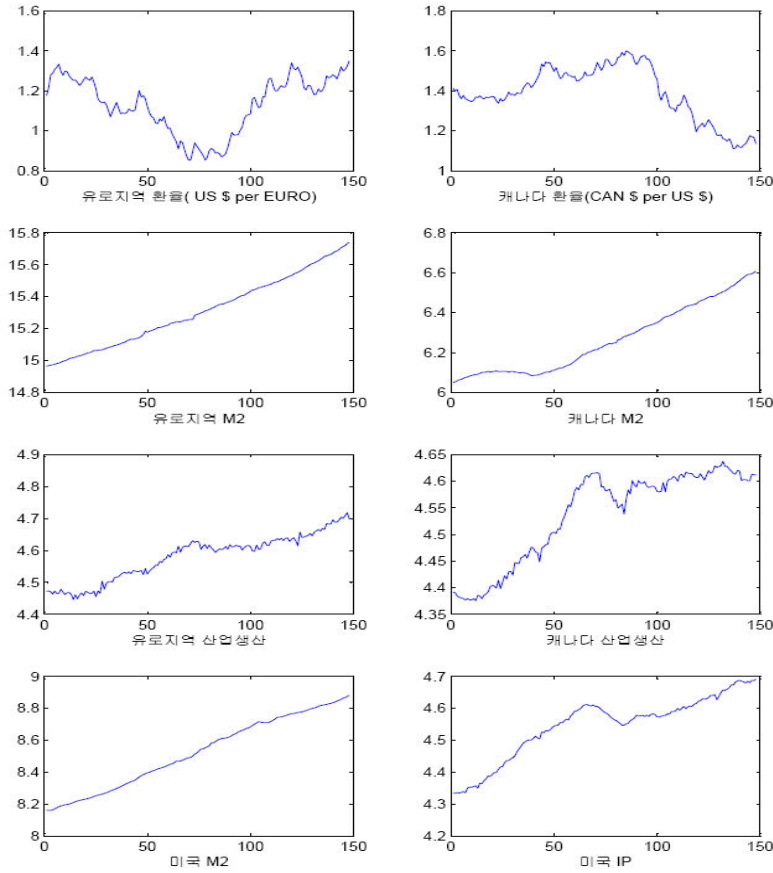
본 논문에서는 미 달러를 본국통화로 하여 달러의 대유로 및 대 캐나다 달러 환율을 분석대상으로 한다. 미국, 유로지역 및 캐나다의 실질 소득은 총 산업생산지수(계절 조정)로 측정하였으며, 통화량 변수로는 M_2 (계절조정)를 사용하였다. 모든 데이터는 95:01부터 07:04까지의 월 별 시계열이며 ECB, FRB of St. Louis, 및 한국은행 데이터 베이스로부터 구하였다.⁴⁾

각국별 자료 시계열의 추이는 [그림1]에 나타나 있다.

3) 자세한 추정절차는 Hamilton(1994) 을 참조하였다.

4) 실제로 상태공간모형을 추정하기 전에 미국 vs. 유로지역과 미국 vs. 캐나다의 국별 조합별로 상대환율, 상대 실질소득 및 상대 화폐량 시계열의 안정성(stationarity) 여부를 검증할 필요가 있다. 본고에서는 ADF(Augmented Dickey and Fuller) (1979) 검정을 시행하였으며 상대 시계열에 1개의 단위근이 존재한다는 검정 결과를 얻었다.

[그림 1]: 추정자료 시계열의 추이



[그림 1]에 있는 시계열 중 특히 달러 가치의 추이를 보면 2001년 중반 이래 유로 및 캐나다 통화대비 명목가치가 30% 가량 하락한 것을 보여준다.⁵⁾ 그러나 동기간 평균 미국의 산업생산 (IP) 증가율 (연율 2.3%)이 유로지역 (1.4%)과 캐나다 (0.8%)의 수치를 상회한 반면, 미국의 M_2 증가율 (5.6%)은

5) Euro환율의 경우 Euro화 한 단위와 교환되는 미 달러의 단위수로 정의 하였으므로, 이 환율의 상승은 달러 가치의 하락을 의미한다.

유로지역 (7.4%)과 캐나다 (6.3%)의 수치를 하회 하였다는 점에서 동 기간 중 달러가치가 지나치게 저 평가 기초를 보였을 가능성도 배제할 수 없는 것으로 보인다.

식 (13)으로 주어진 상태 공간 모형의 추정결과는 [표 1]에 요약되어 있다.

[표 1] 상태공간모형 (13)의 추정결과

모수	US/EURO	CANADA/US
μ	0.002 (0.001)	-0.001 (0.001)
b	0.970 (0.174)	0.812 (0.093)
c_1	-0.391 (0.035)	-0.477 (0.083)
c_2	-	-0.203 (0.084)
c_3	-	0.270 (0.042)
σ_n	0.011 (0.006)	0.010 (0.003)
σ_b	0.010 (0.001)	0.009 (0.001)
σ_e	0.020 (0.003)	0.015 (0.001)

Note:

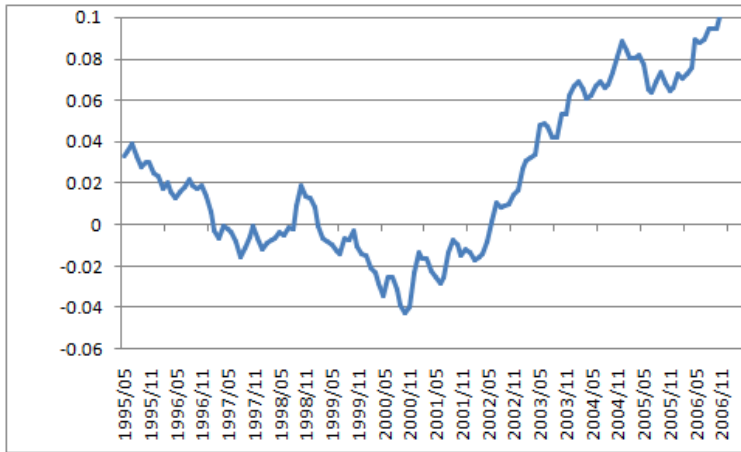
- 1) 화폐수요의 소득 탄력성 a_1 은 1로 고정하였으며, $a_1=0.3, 0.5$ 로 둔 경우에도 버블추정치에는 질적인 차이가 없었다.
- 2) 괄호안의 숫자는 추정된 모수의 표준오차이다.
- 3) EURO지역과 캐나다의 식 (9)와 관련된 AR 차수 h 는 Akaike(1974) 정보 기준을 최소화하도록 선택하였다.

b 의 점 추정치는 이론적 예측과 부합되게 0과 1 사이에 있으며, 버블 시계열 오차의 표준편차인 σ_n 는 0과 유의하게 다른 것으로 나타났다. 또한 시장기초 변수 X_t 의 DGP계수들도 모두 통계적으로 유의한 것으로 추정되었다.

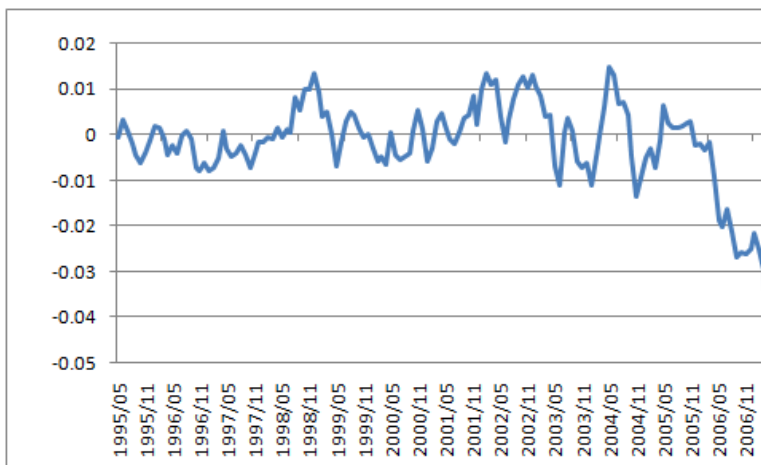
[표 1]의 두 경우에 대해 전체표본을 이용한 평탄화(smoothing) 과정을 통해 추정한 버블 시계열 $\{B_t\}$ 은 [그림 2]에 나타나 있다.

[그림 2]: 미 달러 환율 버블의 추정치

(a) US/EURO 환율



(b) CANADA/US 환율



[그림 2]의 패널 (a)는 미 달러의 대 유로화 환율에 존재하는 버블의 추정치를 보여준다. 통상 유로화는 유로화 1 단위의 달러가치로 환율이 표시되므로, 이 환율 중에 존재하는 버블 부분의 증가는 유로화 가치가 시장 본원가치 이상으로 고평가되었음을, 또는 유로화 대비 미 달러 가치가 저 평가 되었음을 의미한다. 패널 (a)에 제시된 버블 추정치의 추이는 최근 5년간 미 달러가 보여 온 유로화 대비 약세기조는 상당부분 유로화 가치의 과도한 고평가 또는 달러가치의 과도한 저 평가에 의한 것임을 시사한다. 즉 버블 추정치가 0에 가장 근접한 때인 2002년 6월을 시점으로 하여 유로화 대비 미 달러 가치 저 평가분은 지속적으로 증가하여 왔으며, 최근 들어 그 크기는 시장 본원가치 대비의 10%를 상회하는 것으로 추정되었다.

한편 [그림 2]의 패널 (b)는 미 달러의 대 캐나다 달러화 환율에 존재하는 버블의 추정치를 보여준다. 캐나다 달러의 환율은 미 달러 1 단위와 동가인 캐나다 달러의 단위수로 계수되므로 이 환율 중에 존재하는 버블부분의 감소는 캐나다 달러 대비 미 달러의 가치가 본원 가치에 비해 저 평가 되었음을 의미한다.

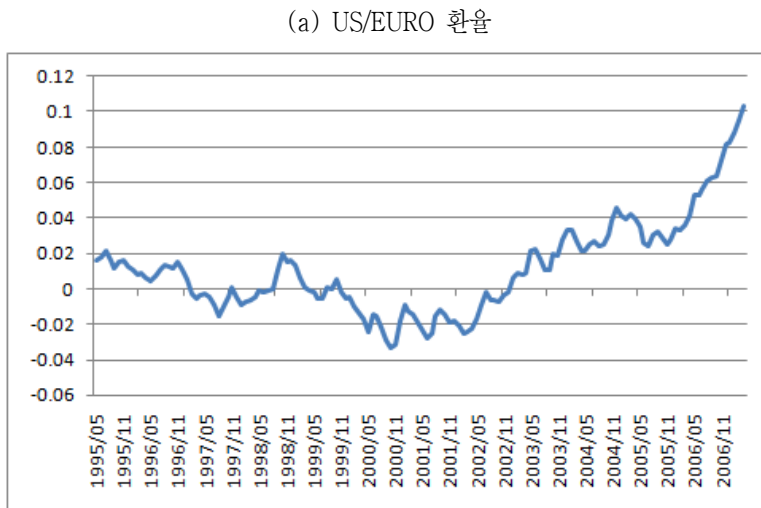
패널 (b)에 나타난 버블 추정치의 추이는 최근까지 대 캐나다 달러 대비 미 달러의 실제 가치는 대체로 시장 본원 가치를 중심으로 소폭으로 등락하였음을 보여준다. 그러나 2005년 말 이래 미 달러의 가치는 캐나다 달러에 대해서도 과도한 저평가를 지속하는 것으로 보인다. 즉, 근래의 버블 추정치가 0에 가장 근접한 시점인 2005년 8월 이래 캐나다 달러대비 미 달러가치의 저평가분도 지속적으로 확대되어 왔으며, 최근 들어 그 크기는 시장 본원 가치 대비 4.5%에 달하는 것으로 추정되었다. 유로화 대비의 경우에 비해 캐나다 달러 대비 미 달러의 저평가 분은 그 크기는 절반이하로 작으나, 두 나라의 지리적 근접성과 경제 구조의 유사성에 비추어 볼 때, 최근의 미 달러 약세 기조는 시장 본원 가치보다 미 달러가 과도히 저평가 되어있을 가능성을 뒷받침해주는 것으로 해석할 수 있다.

2. 확장된 모형의 추정

식 (13)에 제시된 기본모형은 전이 방정식 및 측정 방정식의 오차인 $(\nu_t, \delta_t, \varepsilon_t)$ 의 동분산성을 가정하고 있다. 그러나 기본 모형의 관측변수인 $\{\Delta X_t, \Delta e_t\}$ 가 기본적으로 금융변수임을 볼때, 오차항의 분산구조에 자기회귀 조건부 이분산성 (ARCH) 형태의 이분산성이 존재할 가능성이 매우 높다고 하겠다. 이에 본 소절에서는 위의 세 오차항이 ARCH(1)의 성질을 가질 수 있도록 식 (13)의 기본 모형을 확장한 후 Harvey et al. (1992)의 방법론을 활용하여 조건부 이분산성하의 버블 추정치를 구해본다.⁶⁾

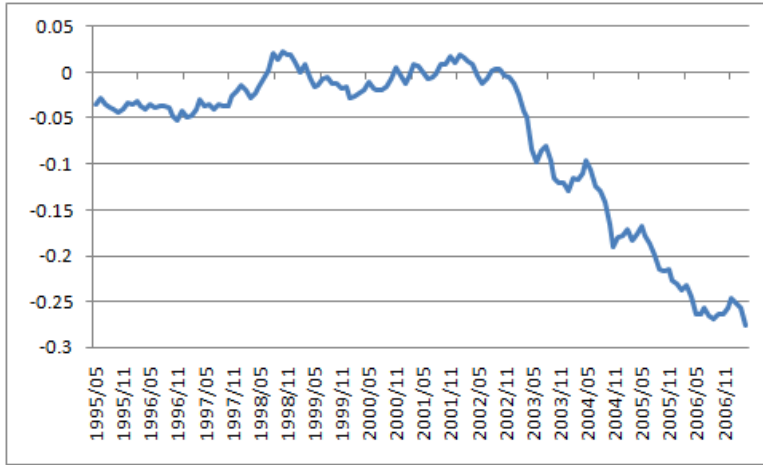
아래 [그림 3]은 오차의 조건부 이분산성 하에서 미 달러 가치에 존재하는 버블의 추정치를 보여준다.

[그림 3]: 미 달러 환율 버블의 추정치 (조건부 이분산성 하)



6) 확장된 모형은 부록에 제시되어 있다.

(b) CANADA/US 환율



패널 (a)에서는 유로화단위와 등가인 미 달러화 단위수로 정의된 환율에 존재하는 버블의 크기를 패널 (b)에서는 미 달러화 한 단위와 등가인 캐나다 달러의 단위수로 정의된 환율중의 버블의 크기를 나타내고 있다. [그림 2]에 제시된 기본모형의 추정결과와 비교하여, 오차항의 조건부 이분산성을 고려한 [그림 3]의 버블 추정 결과는 질적으로 유사한 결론을 시사해준다. 패널 (a)의 유로화 대비 환율의 경우 2002년 6월 이후 달러가치과도한 약세기조가 확대되는 모습을 다시 한번 확인해주고 있다.

한편, 패널 (b)에 제시된 대 캐나다 달러 환율의 경우는 동분산성을 가정 하였던 [그림 2]의 버블 추정치에 비해 미 달러의 저평가 정도를 매우 크게 추정하고 있다. 조건부 이 분산성하에서는 미 달러의 가치가 대 캐나다 달러에 대비해서도 2002년 중반 이래 지속적으로 저평가 기조가 확대되어 왔음을 보여 주며, 특히 최근 들어 미 달러화의 실제 가치는 본원 가치 대비 30% 가까이 과도하게 저평가 되어 있음을 시사한다.

이상의 논의를 종합하면 오차항의 분산 구조에 조건부 이분산성을 도입할 경우에도 추정 결과는 근래의 미 달러 약세는 상당부분 시장 본원 가치를 하회하는 과도한 미 달러 저평가에 기인할 가능성을 제시한다.

IV. 결론

이 논문은 미국 달러 대비 유럽의 단일 통화인 유로와 캐나다의 달러와의 환율에 대한 통계적 버블의 존재유무를 추정했다. 자료에 대한 통계적 검증을 통하여 미국 달러가 최근에 미국경제의 기본 시장 가치 변수들에 비해 저 평가 되었음을 나타내는 의미 있는 결과를 도출했다. 또한 이 결과들은 자기회귀 조건부 이분산성의 존재 시에도 질적으로 같은 결과를 얻을 수 있음을 보였다. 즉 자료를 통한 통계적 검증 결과 버블 추정치의 추이는 최근 5년간 미 달러가 보여 온 유로화 대비 약세기조는 상당부분 유로화 가치의 과도한 고 평가 또는 달러가치의 과도한 저 평가에 의한 것임을 나타내며, 2005년 말 이래 미 달러의 가치는 캐나다 달러에 대해서도 과도한 저평가를 지속하는 결과를 얻었다. 자기회귀 조건부 이분산성의 존재 시 질적으로는 같은 결과를 보인다.

부록: ARCH(1) 오차항 확장 모형

기본 모형의 세 오차항 $(n_t, \delta_t, \varepsilon_t)$ 의 각 항에 서로 독립이면서 모두 ARCH(1) 분산구조를 가진다고 가정할 경우, 전이방정식과 측정방정식은 각각 아래와 같이 변형되는데,

$$w_{t+1} = Fw_t + Gg_t + \xi_{t+1} + \Lambda \xi_{t+1}^*$$

$$z_t = Hw_t + Dg_t + \zeta_t + \lambda \zeta_t^*$$

여기서 Λ 와 λ 는 각각 2×1 인 요인부하 (factor loading) 벡터이다. 또, ξ_{t+1}^* 와 ζ_t^* 는 각각 추가적인 오차항으로서, 이들을 통해 조건부 이분산성의 효과가 모형 내에 도입된다. 즉, 우리는

$$\xi_t^* \text{Info}(t-1) \sim N(0, h_{1t}), \quad h_{1t} = a_0 + a_1 \xi_{t-1}^{*2}$$

$$\zeta_t^* \text{Info}(t-1) \sim N(0, h_{2t}), \quad h_{2t} = \gamma_0 + \gamma_1 \zeta_{t-1}^{*2}$$

의 형태로 ARCH(1)의 이분산성이 전이 및 측정 방정식에 존재한다고 가정한다. 이처럼 확장된 모형을 Harvey et al.(1992)가 제시한 바와 같이 Kalman 필터를 이용하여 근사적으로 추정할 수 있다.⁷⁾

7) 위 모형이 근사적으로 추정 가능한 이유는 Kim and Nelson(1999)에 제시되어 있다.

인용문헌

- Akaike, Hirotugu. "A New Look at the Statistical Model Identification." *IEEE Transactions on Automatic Control* AC 19 (1974): 716-23.
- Campbell, John and Robert Shiller. "Stock Prices, Earnings, and Expected Dividends." *Journal of Finance* 43 (1988): 661-76.
- Dickey, David A. and Fuller, Wayne A. "Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root." *Journal of the American Statistical Association*. 74 (1979): 427-81.
- Hamilton, James. "Time Series Analysis." Princeton, NJ: Princeton UP, 1994.
- Harvey, A. C., Esther Ruiz, and Enrique Sentana. "Unobserved Component Time Series Models with ARCH Disturbances." *Journal of Econometrics* 52 (1992): 129-57.
- Kim, Chang-Jin and Charles R. Nelson. *State Space Models with Regime Switching*. Cambridge, MA: MIT Press, 1999.
- Meese, Richard A. "Testing for Bubbles in Exchange Markets: A Case of Sparkling Rates?" *Journal of Political Economy* 94 (1986): 345-73.
- Wu, Yangru., "Are There Rational Bubbles in Foreign Exchange Markets? Evidence from an Alternative Test." *Journal of International Money and Finance* 14 (1995): 27-46.

Abstract

Estimation of Rational Bubbles in the U.S. Dollar Exchange Rates

Jangryoul Kim · Gieyoung Lim (HUFS)

This paper employs the Kalman filter technique to estimate stochastic bubbles for exchange rates between the U.S. dollar and the Euro and the Canadian dollar. We obtain a significant evidence supporting that the U.S. dollar has recently been undervalued below its fundamental values. The results are qualitatively the same when the model is extended to incorporate conditional heteroskedasticity in errors.

JEL Classification: E42, F31

Key Words: Stochastic Bubbles, Dollar Exchange Rate, Kalman Filter, State Space Model, ARCH