

위험중립분포 왜도·첨도의 옵션가격결정에 대한 영향력*

김 술**

< 초 록 >

본 연구에서는 KOSPI 200 지수 옵션 시장을 이용하여 위험중립분포의 왜도와 첨도를 추정하고 이의 옵션가격오차에 대한 설명력을 검증하였다. 왜도와 첨도의 추정을 위하여 Bakshi, Kapadia, and Madan(2003)의 비모수적 추정방법과 Corrado and Su(1996)의 모수적 추정방법을 사용하였다. 왜도와 첨도의 옵션가격오차에 대한 설명력을 측정하는 회귀분석에서 왜도·첨도의 추정방법, 오차의 정의, 옵션가격도, 옵션 종류, 기간에 관계 없이 왜도의 영향력을 나타내는 계수가 일관되게 유의한 음의 값을 보이며 옵션가격오차에 강한 설명력을 지님을 알 수 있었다. 첨도의 영향력 계수의 경우 세부 기간 별로 양 또는 음의 값을 보이며 일관되지 않았고 유의성 또한 왜도의 경우보다는 작은 것을 알 수 있었다. KOSPI 200 옵션 시장에서는 왜도가 옵션가격에 미치는 영향력이 첨도의 경우보다 상대적으로 크고 일관 되므로 추후 옵션 가격결정 이론 연구나 모수 추정 시 위험중립분포의 왜도를 더욱 잘 설명할 수 있는 방향으로 집중해야 할 것이다.

논문접수일 : 2006년 □월, 게재확정일 : 2006년 11월

* '2006년도 5개 학회 춘계공동학술연구발표회'에서 본 논문에 대한 유의한 논평을 해주신 이인형, 엄영호, 김인철 교수님과 세심한 심사평으로 논문의 질을 크게 향상시켜주신 두 분 익명의 심사자 들께 깊이 감사를 드리며 본 논문에 남아있는 오류는 오직 저자의 책임입니다. 본 연구는 2006학년도 서울여자대학교 바롬 학술연구비 지원에 의하여 수행되었습니다.

** 서울여자대학교 경영학과

I. 서 론

Black and Scholes(1973) 모형은 폐쇄해(closed-form solution)를 가지고 추정해야 할 모수가 변동성 하나인 간편성의 장점으로 다양한 파생상품의 가격을 측정하는데 널리 이용되고 있다. 그러나 이러한 모형의 유용성에도 불구하고 몇 개의 잘 알려진 실증적 문제점(empirical deficiency)을 지니고 있다. 예를 들면 Black and Scholes(1973) 모형은 외가격(out-of-the-money)옵션과 내가격(in-the-money)옵션을 고평가 한다. 이러한 현상은 옵션가격결정을 위한 Black and Scholes(1973)의 여러 단순한 가정들로부터 비롯된다고 할 수 있다. 특히 기초자산의 로그가격이 정규분포이며 분산이 잔존만기 동안 일정한 브라우니언(Brownian) 프로세스를 따른다는 가정은 초기의 Black and Scholes (1972), Officer(1973) 등의 연구들에서 동일한 분산의 가정이 현실과 맞지 않음을 보였다. 그 이후 Engle(1982), Bollerslev(1986)로 시작된 조건부 이분산성(conditional heteroskedasticity)에 관한 연구들은 주가 수익률 분산의 변동성에 관하여 보고하고 있다. 또한 Rubinstein(1994)을 포함한 여러 연구들은 주가 수익률의 분산은 추계적(stochastic) 이고 주식 수익률과 상관관계를 가짐을 보였다. 이로 인하여 주식 수익률의 분포는 정규 분포의 가정과는 다른 왜도(skewness)와 첨도(kurtosis)를 갖게 되는 것이다.¹⁾

현재 주가지수에 관한 옵션 시장에서 관찰되고 있는 수익률의 위험중립분포는 Black and Scholes(1973)에서 가정한 정규 분포에 비하여 꼬리가 두껍고 음의 왜도를 가지는 것으로 나타난다.²⁾ 이를 해결하기 위하여 기초자산의 수익률의 추계적 변동성(stochastic volatility), 수익률 또는 변동성의 점프(jumps) 등을 고려한 여러 모형들이 도출되었다. 추계적 변동성 모형에서는 수익률과 변동성 간의 음의 상관관계를 통하여 음의 왜도를 모형화하고 점프 모형에서는 점프가 나타나는 방향성으로 왜도를 모형화한다. 즉, 평균적으로 음의 점프를 가정하면 음의 왜도가 나타나게 되는 것이다. 또한 분포의 꼬리를 두껍게 만드는 첨도는 어느 모형이든 기본적으로 모형화하고 있음을 알 수 있다. 즉, 추계적 변동성과 점프 모두 첨도와 왜도를 만들어낼 수 있는 것이다. 그러나, Andersen, Benzoni, and Lund(2002)의 미국 시장을 대상으로 추정한 모수들을 이용한 시뮬레이션 결과 변동성 조소 현상, 즉 왜도에 대한 설명력은 점프가 미약한 것으로 밝혀졌으며 기초자산의 수익률과 변동성 간에 상관관계를 고려한 추계적 변동

1) Heston(1993), Hull and White(1987) 등은 이러한 조건들 하에서 Black and Scholes(1973) 모형가격은 시장가격과 체계적인 차이를 지님을 보였다.

2) Bakshi, Cao, and Chan(1997), Kim and Kim(2003) 참조.

성 모형이 변동성 조소 현상을 대부분 설명하고 있음을 보였다. 또한 분포의 침도가 큰 것으로 알려진 개별 주식 옵션의 가격 설명력을 높이기 위해 변동성의 점프를 가정한 Duffie, Pan, and Singleton(2000)의 모형을 이용하면 Bakshi and Cao(2003)의 실증 연구에서처럼 침도에 대한 설명력을 높일 수 있음을 밝혀냈다. 즉, 왜도·침도의 상대적 중요도에 따라 적용해야 하는 모형 또한 차별화 될 수 있는 것이다.

그렇다면 여러 가정들을 모형화 하는 이론적이고 실증적인 연구에서 왜도와 침도 중 어느 것에 초점을 맞추어야 하는가? 이것이 중요한 이유는 이에 따라 옵션가격결정 모형 선택이나 또는 모형에 사용되는 모수(parameter)의 추정 시 모수들 간의 상대적인 중요성을 파악할 수 있는 것이다. 침도가 더 중요한 요소일 경우, 기호삼, 이미영, 최병욱(2004)의 연구처럼 급침 분포를 가정한 모형이나 Duffie, Pan, and Singleton(2000)의 연구처럼 수익률과 변동성 모두에 점프를 가정한 더블점프(double jump) 모형 등을 고려해야 할 것이고 왜도가 더 중요한 요소일 경우 Heston(1993)과 같은 수익률과 변동성 간의 상관관계를 고려한 추계적 변동성 모형을 고려해야 할 것이다. 또한 모수 추정 시에도 왜도가 중요한 요소일 경우 점프 모형의 경우 점프의 평균, 추계적 변동성 모형의 경우 수익률과 변동성간의 상관관계 모수 등을 다른 모수에 비하여 주의 깊게 선정해야 할 것이다.

본 연구에서는 위험중립분포의 왜도·침도의 옵션 가격 오차에 대한 영향력 검증 을 통하여 옵션 가격결정에서 고차 모멘트의 상대적 중요성을 검증한다. 위험중립분포의 왜도와 침도는 사전적으로 모형을 가정하지 않고 실제 거래된 옵션 가격을 이용하여 왜도와 침도를 추정하는 비모수적 방법인 Bakshi, Kapadia, and Madan(2003)의 연구를 이용한다. 또한 왜도·침도의 추정방법의 차이로 인해 발생할 수 있는 결과의 차이를 검증하기 위하여 Corrado and Su(1996)의 모수적 방법을 이용한다. Black and Scholes(1973)에서는 변동성 만이 옵션 가격을 설명하게 되기 때문에 이 모형에서 설명하지 못하는 시장가격과의 모형가격과의 오차를 종속변수로 하여 각 방법에 추정한 왜도·침도를 회귀 분석함으로써 Black and Scholes(1973)모형이 설명하지 못하는 잔여 부분을 왜도와 침도 중 어느 것을 수정함으로써 개선 여지를 증대시킬 수 있는지 파악할 수 있는 것이다. 이를 통하여 앞으로 옵션평가모형의 개발 또는 선정할 경우 어떠한 부분에 초점이 맞추어진 모형을 선택해야 하는지 사전적으로 파악할 수 있게 된다. 또한 결과의 신뢰성을 높이기 위하여 표본을 6개월 단위의 세부 구간을 나누어 결과를 비교하고, 가격 오차를 절대가격비율오차(absolute percentage pricing error)과 절대가격오차(absolute pricing error)두 가지 모두를 사용하며, 옵션의 가격도(moneyness) 및

콜과 풋 옵션으로 나누어 분석함으로써 기간, 오차의 정의, 옵션 가격도, 옵션 종류에 따라 발생할 수 있는 결과의 차이를 통제한다.

분석결과 왜도와 첨도의 옵션가격오차에 대한 설명력을 측정하는 회귀분석에서 오차의 정의, 왜도·첨도의 추정방법, 가격도, 옵션의 종류, 기간에 관계 없이 왜도의 영향력을 나타내는 계수가 일관되게 음의 값을 보이며 옵션가격오차에 강한 설명력을 지님을 알 수 있었다. 즉, 왜도가 음으로 작아질수록 옵션가격오차가 커짐을 알 수 있었다. 첨도의 영향력 계수는 세부 기간 이나 추정 방법에 따라 양 또는 음의 값을 보이며 일관되지 않았고 유의성 또한 왜도의 경우보다는 작은 것을 알 수 있었다. 이는 KOSPI 200 지수 옵션 시장에서 기초자산의 수익률과 변동성 간의 상관관계를 고려한 추계적 변동성 항이 옵션가격결정 및 헤징에서 가장 큰 역할을 한다는 Kim and Kim (2004, 2005)의 연구결과와 일관된 결과라 할 수 있다.

논문의 구성은 다음과 같다. II장에서는 위험중립분포의 왜도·첨도를 추정하는 비모수적, 모수적 방법을 제시하고 III장에서는 본 연구에서 사용되는 표본자료를 설명한다. IV장에서는 변동성 조소 현상과 왜도·첨도의 추정치를 분석하며 옵션가격오차에 대한 영향을 분석한다. 마지막으로 V장에서는 본 연구의 결론과 한계점을 도출한다.

II. 왜도·첨도 추정 모형

1. 비모수적 추정

위험중립분포의 왜도 및 첨도를 추정하기 위하여 Bakshi, Kapadia, and Madan(2003)의 연구의 결과를 이용한다. 이는 외가격 콜과 풋옵션가격을 이용하여 기초자산의 프로세스에 대한 사전 가정 없이 왜도와 첨도를 직접 구할 수 있다는 장점이 있다.

$R(t, \tau)$ 는 기초자산의 로그 수익률이고 $\mu(t, \tau)$ 는 위험중립확률 하에서의 로그수익률의 기대치로, $E^Q[R(t, \tau)]$ 라고 표현한다. 만기 τ 를 가진 위험중립분포의 왜도, $Skew(t, \tau)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 Skew(t, \tau) &= \frac{E_t^Q[(R_{t,t+\tau} - \mu(t, \tau))^3]}{\{E_t^Q[(R_{t,t+\tau} - \mu(t, \tau))^2]\}^{3/2}} \\
 &= \frac{e^{r\tau}W(t, \tau) - 3\mu(t, \tau)e^{r\tau}V(t, \tau) + 2\mu(t, \tau)^3}{[e^{r\tau}V(t, \tau) - \mu(t, \tau)^2]^{3/2}} \quad (1)
 \end{aligned}$$

위험중립분포의 첨도, $Kurt(t, \tau)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 Kurt(t, \tau) &= \frac{E_t^Q[(R_{t,t+\tau} - \mu(t, \tau))^4]}{\{E_t^Q[(R_{t,t+\tau} - \mu(t, \tau))^2]\}^2} \\
 &= \frac{e^{r\tau}X(t, \tau) - 4\mu(t, \tau)e^{r\tau}W(t, \tau) + 6e^{r\tau}\mu(t, \tau)^2V(t, \tau) - 3\mu(t, \tau)^4}{[e^{r\tau}V(t, \tau) - \mu(t, \tau)^2]^2} \quad (2)
 \end{aligned}$$

여기서, $V(t, \tau) = \int_{S(t)}^{\infty} \frac{2(1 - \ln[K/S(t)])}{K^2} C(t, \tau, K) dK + \int_0^{S(t)} \frac{2(1 - \ln[S(t)/K])}{K^2} P(t, \tau, K) dK$

$$\begin{aligned}
 W(t, \tau) &= \int_{S(t)}^{\infty} \frac{6\ln[K/S(t)] - 3(\ln[K/S(t)])^2}{K^2} C(t, \tau, K) dK \\
 &\quad - \int_0^{S(t)} \frac{6\ln[S(t)/K] + 3(\ln[S(t)/K])^2}{K^2} P(t, \tau, K) dK
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 X(t, \tau) &= \int_{S(t)}^{\infty} \frac{12\ln[K/S(t)] - 4(\ln[K/S(t)])^2}{K^2} C(t, \tau, K) dK \\
 &\quad + \int_0^{S(t)} \frac{12\ln[S(t)/K] + 4(\ln[S(t)/K])^2}{K^2} P(t, \tau, K) dK
 \end{aligned}$$

$$\nu(t, \tau) \approx e^{\gamma t} - 1 - \frac{e^{\gamma\tau}}{2} V(t, \tau) - \frac{e^{\gamma\tau}}{6} W(t, \tau) - \frac{e^{\gamma\tau}}{24} X(t, \tau)$$

$S(t)$: 시점 t 의 기초자산의 가격

$C(t, \tau, K)$: 행사가격이 K 인 시점 t 의 잔존만기 τ 를 가진 콜옵션 가격

$P(t, \tau, K)$: 행사가격이 K 인 시점 t 의 잔존만기 τ 를 가진 풋옵션 가격

위 수식을 바탕으로 실제 옵션시장에서 거래된 외가격 콜과 풋옵션의 가격을 이용하여 수익률 분포의 왜도와 첨도를 추정한다.

2. 모수적 추정

미리 모형을 가정한 후 옵션가격을 이용하여 왜도와 첨도를 추정할 수 있다. 여러 모형 가운데 본 연구에서는 Black and Scholes(1973) 옵션 가격 결정 모형에 간단히 첨도와 왜도의 변화를 추가로 모형화한 Corrado and Su(1996)의 모형을 이용한다. 이 모형 역시 비모수적 추정방법과 마찬가지로 직접 왜도와 첨도를 추정할 수 있기에 효과적 방법이라 할 수 있다. Gram-Charlier 밀도 확장을 기초로 하여 식 (3)과 같은 모형이 도출된다.³⁾ 아래에서 볼 수 있는 것처럼 Black and Scholes(1973) 옵션 가격에 왜도와 첨도 효과를 추가로 더한 모형이다.

3) Corrado and Su(1996)의 원래 모형에는 오류가 발견되어 이를 수정한 Brown and Robinson(2002)에서의 지적 사항을 반영한 모형을 사용한다.

$$C = C_{BS} + \mu_3 Q_3 + (\mu_4 - 3) Q_4 \quad (3)$$

여기서, C_{BS} : Black and Scholes(1973) 모형으로부터 도출된 옵션가격

$$Q_3 = \frac{1}{3!} S \sigma \sqrt{\tau} [(2\sigma \sqrt{\tau} - d)n(d) + \sigma^2 \tau N(d)],$$

$$Q_4 = \frac{1}{4!} S \sigma \sqrt{\tau} [(d^2 - 1 - 3\sigma \sqrt{\tau}(d - \sigma \sqrt{\tau}))n(d) + \sigma^3 \tau^{3/2} N(d)]$$

$$d = \frac{\ln(S/K) + (r + \sigma^2/2)\tau}{\sigma \sqrt{\tau}}$$

위 모형을 바탕으로 풋옵션 가격은 풋-콜 패리티(put-call parity)를 통하여 도출한다. 모형에서 Q_3 과 Q_4 는 옵션가격에 대하여 왜도와 첨도의 상대적 효과를 측정한다. 첨도와 왜도인 μ_3, μ_4 를 추정하는 방법은 다음과 같다. 본 연구에서는 옵션가격결정 모형에 관한 Bakshi, Cao, and Chen(1997, 2000), Bates(1991, 2000), Kim and Kim(2003, 2004, 2005) 등의 옵션가격결정 연구에서 변동성과 모수들을 추정하기 위해 가장 많이 채택하는 방법을 사용한다. 즉, 옵션가격결정모형에 폐쇄해(closed-form solution)가 존재하는 경우 모형가격과 실제 시장 옵션 가격 차의 제곱을 최소화하는 방법이다. 이때 일별 횡단면의 옵션 가격들을 이용함으로써 기초자산의 과거 자료에서 관찰할 수 없는 구조화 모수들을 추정할 수 있다는 장점이 있으며, 또한 옵션은 미래 변동성에 대한 투자 자산으로 미래 정보가 중요하다는 가정 하에서 과거가 아닌 현재 가격에 담겨있는 미래 예측 정보를 사용할 수 있다는 장점이 있다.

$O_i(t, \tau; K)$ 는 시점 t 의 옵션 i 의 시장 가격이며, $O_i^*(t, \tau; K)$ 는 시점 t 의 옵션 i 의 모형 가격이다. 본 연구에서는 아래와 같이 가격비율오차의 제곱을 최소화 한다.

$$\min_{\phi_t} \sum_{i=1}^N \left[\frac{O_i(t, \tau; K) - O_i^*(t, \tau; K)}{O_i(t, \tau; K)} \right]^2 \quad (t = 1, \dots, T) \quad (4)$$

여기서, N : t 시점의 거래된 옵션의 수, T : 표본 안에 일수

관례대로 시장가격과 모형가격의 차의 제곱을 최소화하는 방법은 상대적으로 가격이 높은 내가격 옵션에 더 많은 비중을 두게 되는 단점이 있으므로 위와 같이 오차 비율의 제곱을 최소화 하는 방법을 사용하여 가격의 고저에 대한 영향을 통제한다.4)

4) 관례적인 방법을 사용한 경우에도 논문의 최종 결론은 변하지 않았다.

Ⅲ. 자 료

1997년 7월에 시작한 KOSPI 200 주가지수 옵션은 짧은 역사에도 불구하고 가장 빠르게 성장하여 단일 종목으로 세계 1위 거래량을 기록하고 있는 옵션 시장이다. 표본은 2002년 7월 2일부터 2004년 6월 30일까지의 2년간의 자료를 이용하였다. 증권거래소에서 제공되는 1분간격의 체결 자료에서 기초 자산인 주식시장에서 동시 호가가 진행되는 오후 2시 50분 이전에 체결된 특정 만기와 행사 가격을 지닌 옵션을 추출한다. 이를 통하여 각 시장의 종가를 사용할 경우 옵션 시장과 주식 시장의 상이한 장 종료 시간 차이로 인하여 발생할 수 있는 주식시장과 옵션 시장의 비동시적 거래(non-synchronous trading) 가능성을 제거하였다. 3개월 CD금리를 무위험 채권의 금리로 사용하였으며 실증 분석을 위하여 다음과 같은 규칙을 이용하여 자료를 추출하였다. 차기 월물로의 만기이동(roll-over)에 의하여 거래량이 급감하여 유동성 위험을 지닌 만기가 7일보다 작은 옵션은 제외하였다. 또한 특정한 만기를 가진 옵션들로 하나의 위험중립분포를 추정해야 하므로 일별로 일정 만기를 가진 옵션만을 추출하였다. KOSPI 200 시장은 잔존만기가 한 달인 최근월물에 거래가 집중되므로 7일보다 크거나 같은 최근월물 옵션(near-term options)을 이용하였다. 가격의 이산성에 대한 효과를 통제하기 위하여 가격이 0.2보다 작은 옵션은 제외하였다. 또한 아래와 같은 무차익거래 조건(no-arbitrage condition)을 만족시키지 않는 옵션은 제외하였다.⁵⁾

$$\begin{aligned}
 C_{t,\tau} &\geq S_t - Ke^{-r_t\tau} \\
 P_{t,\tau} &\geq Ke^{-r_t\tau} - S_t
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

여기서, $C_{t,\tau}$: 시점 t 의 잔존만기가 τ 인 콜옵션
 $P_{t,\tau}$: 시점 t 의 잔존만기가 τ 인 풋 옵션
 S_t : 시점 t 의 기초자산
 K : 각 옵션의 행사 가격
 r_t : 시점 t 의 무위험 수익률

위험중립분포의 왜도와 첨도를 추정하기 위해서 외가격 콜과 풋옵션을 이용한다. 이는 외가격 옵션에 거래량이 집중되어 있기에 많은 투자자로 인한 비효율성이 제거

5) 무차익거래 조건에서 배당을 고려해야 하나 본 연구의 표본은 만기가 한달 이하의 단기옵션이므로 배당의 영향이 작기에 배당의 고려가 결과에 큰 영향을 주지 않을 것으로 예상되며 실제로 배당을 고려하여 특정 월에 검증한 결과 본 연구의 최종 결론에 영향을 주지 않았다.

된 가장 합리적인 정보를 제공하는 가격이라 생각할 수 있고 또한 콜옵션의 내가격은 풋옵션의 외가격과 풋·콜 패리티(put-call parity)관계에 의하여 동일하기 때문에 콜과 풋 옵션 모두에 포함된 정보를 위험중립분포 추정에 이용할 수 있다는 장점이 있다.

자료를 정리한 결과는 <표 1>과 같다. 한국 시장에서는 정재만, 김재근(2005) 등이 지적한 대로 특히 심외가격(deep out-of-the-money) 옵션 거래가 활발하기 때문에 콜과 풋 모두 심외가격옵션이 표본에서 차지하는 비중이 콜은 47% 풋은 53%로 상대적으로 컸다. 각 옵션의 가격도에 따라 콜과 풋 옵션의 평균가격 및 개수는 비슷한 값을 보이고 있어 본 연구에서는 콜과 풋옵션에 포함된 정보를 모두 고르게 포함하는 표본을 바탕으로 위험중립분포를 추정한다.

<표 1> 옵션자료

표본을 콜/풋, 행사가격 수준(moneyness)으로 나누어 옵션가격평균과 표본의 개수를 계산하였다. 옵션가격평균은 행사가격 수준 별로 콜, 풋 가격의 합을 개수로 나눈 값이다.

	콜옵션		풋옵션	
	옵션가격평균	개수	옵션가격평균	개수
콜: $S/K < 0.94$ 풋: $S/K > 1.06$	0.4338	928	0.4918	1079
콜: $0.94 < S/K < 0.96$ 풋: $1.03 < S/K < 1.06$	0.9434	536	1.1203	466
콜: $0.96 < S/K < 1.00$ 풋: $1.00 < S/K < 1.03$	1.8293	513	1.9369	485
전체기간	0.9341	1977	0.9813	2030

IV. 실증분석 결과

1. 변동성 조소 현상

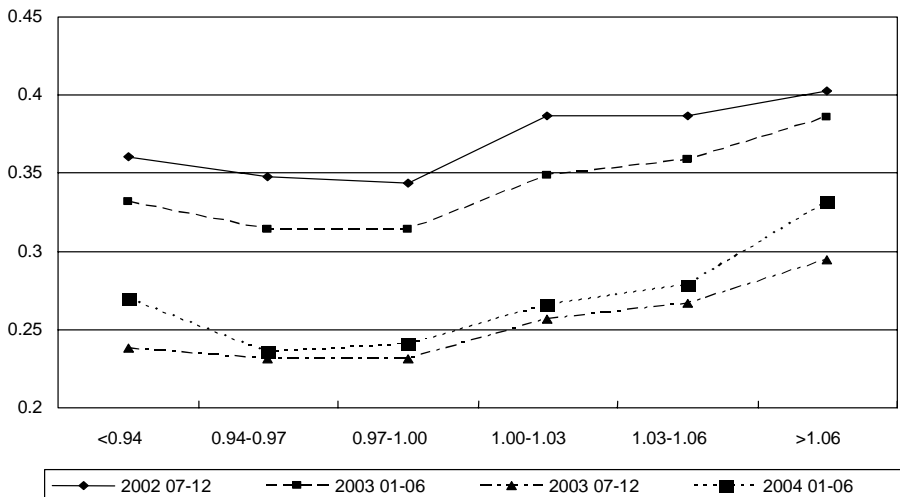
변동성 미소 또는 조소(volatility smile or sneer)현상의 유무를 관찰하기 위하여 Kim and Kim(2004, 2005)과 같이 전체 표본 기간을 6개월 간격으로 나누었다. 이는 변동성의 수준이 시간에 따라 변하므로 이에 대한 효과를 통제하기 위하여 전체 기간이 아닌 6개월 간격을 사용하는 것이다.⁶⁾ 내재변동성 그래프를 그리기 위하여 콜과 풋 옵션

6) 물론, 6개월 간격 또한 시간 가변 변동성을 통제하기엔 긴 기간이지만, 내재변동성 그래프의 일반적인 형태를 살펴보는 데 사용되고 있다.

선의 외가격 옵션만을 이용하였다.7) 즉 행사가격을 KOSPI 200 기초자산의 가격과 행사가격의 비율 즉, S/K로 정의하고 이를 0.94, 0.97, 1.00, 1.03, 1.06의 5개의 간격을 이용하여 S/K가 1.00 보다 작은 구간은 콜옵션, 1.00보다 큰 구간은 풋옵션을 이용하여 계산한 후 각 구간별 평균 값을 계산하여 단일 변동성 그래프를 만들었다.

<그림 1> 내재변동성

x축은 S/K를 y축은 Black and Scholes(1973) 모형으로부터 도출된 내재변동성(implied volatility)을 나타낸다. S/K가 1.00이하는 콜옵션의 외가격 옵션, S/K가 1.00이상은 풋옵션의 외가격옵션으로 도출된 내재변동성을 표시한다. 2002 07-12는 2002년 하반기를 나타내며 다른 기간 또한 동일한 방식으로 표시한다.



<그림 1>에서 볼 수 있는 것처럼 내재변동성은 Black and Scholes(1973)의 가정과 달리 행사가격에 대하여 동일하지 않음을 알 수 있다. 또한 변동성과 행사가격 수준과의 그래프는 각 기간별로 변동성 조소(volatility smirk or sneer)현상을 보이고 있음을 알 수 있다. 이는 행사가격이 작은 구간 즉 가격도가 큰 구간의 내재변동성이 다른 구간에 비하여 가장 큰 값을 보임으로써 1989년 미국 주식시장의 대폭락 이후 투자자들의 주가지수 하락에 대한 과도한 경계를 반영한 결과와도 일치한다. 또한 세부 기간에서도 정도의 차이는 존재하나 변동성 조소 현상이 지속적으로 나타나고 있음을 알 수 있다.

이러한 변동성 조소 현상은 수익률의 위험중립분포를 정규분포로 가정한 Black and

7) 내가격 옵션의 경우 거래량이 지극히 작아 시장 참가자들의 기대를 거의 반영하지 않고 있어서 분석 결과 해석에 오류 여지가 많아 제외하였다.

Scholes(1973) 모형과는 왜도·첨도가 다름을 의미하며 이들의 옵션가격의 영향을 살펴 봐야 할 필요성을 대두시킨다. 또한 <그림 1>을 통하여 개괄적으로 살펴보는 것에 그치지 않고 본 연구에서는 Bakshi, Kapadia, and Madan(2003)에서처럼 변동성 조소 정도(volatility sneerness)를 측정하는 하나의 지표로 행사가격 수준과 내재변동성간에 다음과 같은 회귀분석을 통하여 조소 정도를 측정한다.

$$IV_i = c_0 + c_1(S/K) + \epsilon \tag{6}$$

여기서, IV_i : 옵션 i 의 내재변동성, S/K : 행사가격의 수준

위 회귀분석 식 (6)에서 기울기인 c_1 이 변동성 조소 정도를 측정할 수 있는 수단이 된다. c_1 이 <그림 1>에서처럼 내재변동성이 행사가격 수준과 정의 관계를 보이므로 유의한 양의 값을 보일 것이며 기울기의 유의성을 검정하는 t 검정 값의 비교를 통하여 각 기간별로 변동성 조소의 정도를 상대 비교할 수 있다.

<표 2> 변동성 조소 정도

다음과 같은 회귀식을 통하여 계수들을 추정한다.

$$IV_i = c_0 + c_1(S/K) + \epsilon$$

IV_i 는 옵션 i 의 내재변동성이고 S/K 는 행사가격의 수준이다. 절편은 c_0 , 기울기는 c_1 을 의미하며 괄호 안은 각 계수의 t 통계량이다.

	절 편	기울기
2002/07~12	0.2427 (19.6233)	0.1408 (11.4459)
2003/01~06	0.0726 (4.8612)	0.2854 (19.3036)
2003/07~12	-0.0989 (-6.0657)	0.3492 (21.7072)
2004/01~06	-0.1557 (-4.3765)	0.4270 (12.1387)
전체기간	0.0944 (6.5576)	0.2274 (15.9413)

<표 2>의 결과는 전체 기간에 걸쳐 기울기는 0.2274로 예상대로 각각 양의 유의한 값을 보였다. 기간 별 검정에서는 시간이 지남에 따라 변동성 조소 정도를 나타내는 회귀식의 기울기가 값이 커졌다. 하지만 t 검정 값으로는 2003년 하반기에 조소 정도가 크게 나타났다. 이를 이용하여 다음절에서 연구하는 왜도와 첨도의 추정 결과 그리고 옵션 가격결정과의 변동성 조소 정도와의 관계를 복합적으로 살펴볼 수 있을 것이다.

2. 왜도와 첨도의 추정결과

이번 절에서는 콜과 풋의 외가격 옵션 가격을 이용하여 추정한 왜도와 첨도의 추정치를 살펴본다. <표 3>의 전체기간의 경우를 살펴보면 내재변동성과 행사가격 수준과의 그래프에서 행사가격이 낮은 경우 내재변동성이 큰 것으로 나타나는 변동성 조소 현상과 일치하게 위험중립분포 역시 음의 방향으로 꼬리가 길고 두꺼운 음의 왜도가 추정방법과 관계없이 일관되게 나타나고 있음을 알 수 있다. 첨도 또한 정규분포에서 가정한 3과 다르게 비모수적 추정방법에서는 6.5032, 모수적 추정방법에서는 3.6845로 3보다 큰 값을 보임을 알 수 있다. 하지만 사전적인 모형의 가정이 없는 비모수적 추정방법에서 상대적으로 큰 값을 보이고 있음을 알 수 있다.

<표 3> 왜도·첨도의 추정 결과

일별로 구한 위험중립분포의 왜도와 첨도의 추정치를 평균한 값이다. 2002/01~06은 2002년 1월부터 6월까지의 값을 의미하여 다른 행도 마찬가지로이다. 비모수적 추정방법은 Bakshi, Kapadia, and Madan(2003)의 방법을, 모수적 추정방법은 Corrado and Su(1996)의 방법을 이용한다.

	비모수적 추정방법		모수적 추정방법	
	왜 도	첨 도	왜 도	첨 도
2002/07~12	-0.3456	4.6799	-0.2430	3.5547
2003/01~06	-0.6127	6.3935	-0.4234	3.6739
2003/07~12	-0.7296	9.6471	-0.4017	3.8437
2004/01~06	-0.6835	5.1694	-0.5556	3.6578
전체기간	-0.5966	6.5032	-0.4082	3.6845

왜도와 첨도의 추정 결과 역시 내재변동성의 경우와 마찬가지로 시간의 경과에 따라 일관된 결과를 보이는지 알아보기 위해 6개월로 구간으로 나누어 살펴 보았다. 왜도와 첨도 모두 기간에 관계없이 음의 왜도와 3보다 큰 첨도를 보이고 있음을 알 수 있다. 비모수적 추정방법의 경우 왜도와 첨도가 2003년 하반기에 가장 큰 값을 보이고 있으며 모수적 추정방법에서는 왜도는 2004년 상반기, 첨도는 2003년 하반기에 가장 큰 값을 보이고 있다. 기간별로 큰 차이를 보이지 않는 모수적 추정방법의 첨도의 경우를 제외하고는 두 방법에 의해 추정된 왜도와 첨도는 크기와 방향성으로 어느 정도 일관성을 보임을 알 수 있다. 두 방법에 의해 얻어진 왜도와 첨도는 각각 0.3582와 0.062의 상관관계를 보이며 왜도는 어느 정도의 일관성을 보이나 첨도의 경우 상관관계가 낮은 것을 알 수 있다. 한편 각각의 평균이 동일하다는 가설에 대한 t검정 결과는 왜도는 -4.67, 첨도는 3.83로 모두 1% 유의수준에서 기각하였으므로 통계적으로 일

치하는 추정치를 제공하는 것은 아님을 알 수 있다.

또한 이런 결과는 변동성 조소 정도를 측정한 <표 2>와 함께 설명할 수 있다. 다른 기간에 비하여 유독 작은 변동성 조소 값을 보이는 2002년 하반기에 왜도의 추정결과에서 추정방법의 종류와 관계없이 그 기간에 가장 작은 값을 보임을 알 수 있다. 또한 변동성 조소의 t 검정 결과가 가장 큰 값을 보였던 2003년 하반기에 비모수적 추정방법에서는 왜도와 첨도 모두 가장 큰 값을 보였다. 이는 변동성 조소 정도는 위험중립분포의 왜도, 첨도와 깊은 관련이 있다는 기존의 이해를 확인시켜주며 특히 비모수적 추정방법으로 추출한 왜도·첨도와 변동성 조소 현상의 정도 간에 일관된 결과를 보임을 알 수 있다.

모수적 추정방법의 경우, 추정된 첨도가 큰 편차를 보이고 있지 않은데 이는 Corrado and Su(1996)의 추정 결과와도 비슷하다. 이는 특정 모형을 사전에 가정해 놓았기 때문에 편차가 크지 않게 추정되었다고 생각할 수 있으나 한편으로 왜도의 경우 어느 정도의 편차를 보이는 것으로 보아 본 연구에서 선택한 모수적 모형인 Corrado and Su(1996)의 한계일 수 있다.⁸⁾ 반면 비모수적 추정방법의 경우 소수의 표본에 분포의 모양이 큰 영향을 받을 수 있기에 편차를 크게 보이고 있는 것으로 판단할 수 있다.⁹⁾ 두 모형 중 어느 것이 우월하다고 단정적으로 말할 수 없기에 본 연구에서는 두 추정 방법 모두에 대하여 결과를 비교한다.

3. 왜도·첨도의 옵션가격결정에 대한 영향

3.1 분석방법

Black and Scholes(1973) 모형이 고려하지 않은 왜도·첨도의 옵션가격결정에 대한 영향을 살펴보기 위하여 Black and Scholes(1973) 모형에서 발생하는 일별 가격 오차와 해당일에 추정한 왜도·첨도에 대하여 회귀분석을 실시한다. 이를 통하여 각각의 옵션가격결정에 대한 왜도·첨도의 상대적 영향도를 파악할 수 있다.

$$PE_t = c_0 + c_{SKEW} SKEW_t + c_{KURT} KURT_t + \epsilon \quad (7)$$

여기서, PE_t : 시점 t 의 실제 옵션가격과 모형가격과의 오차

$SKEW_t$: 시점 t 에서 추정한 위험중립분포의 왜도

$KURT_t$: 시점 t 에서 추정한 위험중립분포의 첨도

8) 이는 시장참가자의 분포에 대한 기대치를 안정적으로 잘 추출한다고도 볼 수 있어 모형의 한계라고만은 생각할 수 없다.

9) 비모수적 추정방법과 모수적 방법의 첨도 추정치가 큰 차이를 보이는 현상은 추후 연구에서 분석할 만한 가치가 있는 내용이다.

위험중립분포의 왜도와 첨도인 $SKEW_t$ 와 $KURT_t$ 의 경우 II장에서 정의한 Corrado and Su(1996)의 모수적방법과 Bakshi, Kapadia, and Madan(2003)의 비모수적 방법에 의하여 외가격 옵션을 이용하여 일별로 추정한다. 이제 옵션가격 오차의 정의를 해보자. 본 연구에서는 Black and Scholes(1973) 모형으로 옵션가격을 설명하지 못하는 가격 오차를 위험중립분포의 모멘트, 즉 왜도와 첨도 중 어떤 것이 설명력이 높은 지 살펴보는 것이 연구 주제이므로 식 (7)에서 사용된 옵션가격오차, PE_t 는 Black and Scholes (1973) 모형에서 추정된 모형 가격과 실제 거래된 시장 가격과의 오차로 정의한다. 이를 위해서 모수적 추정방법인 Corrado and Su(1996)의 모형에서 모수(parameter)들을 추정했던 것과 동일한 식 (4)와 같이 비선형 최소자승법(non-linear least squares)을 이용하여 내재변동성을 일별로 추정하고 추정된 내재변동성을 Black and Scholes(1973) 모형에 입력하였을 때 도출되는 가격을 모형 가격이라고 정의한다.¹⁰⁾ 이를 통해서 각 옵션 별로 시장 가격과의 오차가 발생하게 되며 이를 일별로 평균하여 사용한다. 이때 오차를 단순히 평균할 경우 양과 음의 오차가 상쇄되어 오차를 과소추정(underestimate)할 가능성이 있으므로 각 오차의 절대값을 평균한다. 또한 이때 심외가격(deep out-of-the-money)옵션의 경우 옵션 가격 자체가 작기 때문에 오차 평균을 사용하데 있어 영향이 작게 나타날 수 있으므로 각 절대 오차를 옵션의 가격으로 나눈 절대가격비율오차 또한 분석에 사용한다. 즉, 아래와 같은 절대가격오차와 절대가격비율오차 두 가지를 종속변수로 사용한다.

$$AE_t = \sum_{i=1}^n \frac{|O_i(t, \tau; K) - O_i^*(t, \tau; K)|}{n} \quad (t=1, \dots, T) \quad (8)$$

$$APE_t = \sum_{i=1}^n \frac{|O_i(t, \tau; K) - O_i^*(t, \tau; K)|}{O_i(t, \tau; K)} \quad (t=1, \dots, T) \quad (9)$$

여기서, $O_i(t, \tau; K)$: 시점 t 의 옵션 i 의 시장 가격,
 $O_i^*(t, \tau; K)$: 시점 t 의 옵션 i 의 모형 가격,
 n : t 시점의 거래된 옵션의 수,
 T : 표본 안에 거래일수

10) 본 연구에서는 내재변동성을 콜과 풋의 외가격 옵션 모두를 이용하여 추출하였다. 하지만, 평균적인 내재변동성이 추출되는 등가격(at-the-money) 옵션으로부터 도출된 내재변동성의 사용이 더 바람직할 수 있다. 그러나, 등가격 옵션으로부터 도출된 내재변동성을 사용한 경우에도 본 연구의 결론은 변하지 않았다(다음과 같은 의견을 제시해 주신 이인형 교수님께 감사드린다).

3.2 분석결과

우선 <표 4>에서 절대가격비율오차에 대한 회귀분석 결과를 살펴보면 다음과 같다. 첫째, 비모수적, 모수적 방법에 관계없이 왜도의 가격오차에 대한 영향이 첨도에 비하여 큰 것을 알 수 있다. 왜도의 영향력을 나타내는 계수인 c_{SKEW} 는 개별 구간에 관계 없이 일관된 음의 값을 보이고 있으며 t 통계량을 통해서도 모두 유의함을 알 수 있다. 이는 왜도가 음으로 클수록 옵션 가격의 오차가 더욱 커짐을 말해준다. 한편 첨도의 영향에 대한 추정치는 비모수적 방법의 경우 왜도에 대한 추정치에 비하여 작은 유의성을 보였으며 모수적 방법의 경우 양의 값을 보이거나 유의하지 않았다. 결국 왜도의 변화가 옵션 가격 오차에 더욱 큰 영향을 미치고 있음을 알 수 있다. 즉 위험중립분포에서 왜도를 0으로 가정한 Black and Scholes(1973) 모형이 아닌 음의 왜도를 고려한 모형이 추후 제고되어야 함을 알 수 있다. 둘째, 첨도의 경우 비모수적 추정방법을 이용한 경우 옵션 가격 오차에 대한 영향력이 전체 표본 기간에서 음의 방향성을 보였다. 즉 왜도와 마찬가지로 첨도가 작을수록 옵션가격오차가 커지는 것으로 나타났다. 이는 위험중립분포가 두꺼운 꼬리를 가진 즉 첨도가 정규분포에서 가정한 3보다 큰 분포의 특성으로 인해 Black and Scholes(1973) 모형의 가격 오차의 결과인 변동성 미소현상이 나타나는 결과와 상반된다 할 수 있다. 미국 주식옵션을 대상으로 하는 Bakshi and Cao(2003)의 연구결과에서도 첨도에 대한 영향력은 정의 관계를 보였다. 즉, 첨도가 커질수록 옵션가격의 오차가 커지는 것이다. 하지만, 본 연구에서의 세부 구간의 결과를 살펴보면 첨도의 영향력 추정치는 개별적인 구간에 대하여 음과 양이 동시에 나오면서 일관성을 보이지 않고 있으므로 이런 현상에 큰 의미를 두기 무리임을 알 수 있다. 즉, 가격 오차에 대하여 첨도는 일관되지 않는 방향으로 영향을 끼치고 있음을 알 수 있다. 반면 왜도에 대한 영향력의 경우 일관되게 음의 값을 보이며 안정적인 결과를 보인다. 셋째, 회귀분석의 R^2 값을 비교하면 모수적 방법의 R^2 값이 비모수적 방법에 비하여 큰 것을 알 수 있다. 이는 다음과 같이 해석할 수 있다. 모수적 추정방법의 경우 첨도에 대한 영향계수는 유의하지 않거나 또는 유의하더라도 비모수적 방법에 비하여 유의성이 작음을 알 수 있다. 한편 비모수적방법은 2002년 하반기를 제외하고는 첨도에 대한 영향이 강하게 나타남을 관찰할 수 있다. 즉, 모수적 추정방법에서는 왜도만이 회귀분석의 독립변수로서 옵션가격오차를 설명하고 있는 것으로 생각할 수 있다. 비모수적 추정방법에서는 왜도와 첨도가, 모수적 추정방법에서는 왜도만이 설명변수로 사용되고 있으며 모수적 추정방법에서 더 큰 R^2 값을 보였다는 의미는 왜도 단독으로 옵션가격오차를 설명하는 것이 회귀분석의 전체적인 설

명력을 높일 수 있고 왜도가 첨도에 비하여 훨씬 더 중요한 변수임을 간접적으로 나타내주고 있다고 생각할 수 있다. 마지막으로 왜도·첨도의 옵션가격오차에 대한 영향력과 변동성 조소 정도와의 관계를 살펴보자. <표 2>에서 변동성 조소 정도를 검증한 결과 2002년 하반기가 다른 기간에 비하여 변동성 조소 정도가 덜한 것으로 나타나고 있다. 그러나, 가격오차에 대한 왜도·첨도의 설명력 검증 결과의 계수들의 유의성이나 회귀식 전체의 R^2 간에는 큰 상관관계를 보이고 있지 않았다. 즉, 변동성 조소

<표 4> 왜도·첨도의 절대가격비율오차에 대한 회귀분석결과

다음과 같은 회귀식을 통하여 계수들을 추정한다.

$$PE_t = c_0 + c_{SKEW}SKEW_t + c_{KURT}KURT_t + \epsilon$$

PE_t 는 시점 t 의 실제 옵션가격과 모형에서 추정된 옵션가격과의 오차, $SKEW_t$ 는 시점 t 에서 추정된 수익률 위험중립분포의 왜도, $KURT_t$ 는 시점 t 에서 추정된 수익률 위험중립분포의 첨도이다. PE_t 는 절대가격비율오차를 이용한다. 절편은 c_0 , 왜도는 c_{SKEW} , 첨도는 c_{KURT} 를 의미하며 괄호 안은 각 계수의 t 통계량이다. 비모수적 추정방법은 Bakshi, Kapadia, and Madan(2003)의 방법을, 모수적 추정방법은 Corrado and Su(1996)의 방법에서 추정된 왜도와 첨도를 이용한다.

<가> 비모수적 추정방법

	절 편	왜 도	첨 도	R^2
2002/07~12	0.0090 (0.2089)	-0.2587 (-16.0270)	0.0097 (1.0683)	0.7092
2003/01~06	0.0741 (13.7865)	-0.2724 (-26.7439)	-0.0085 (-22.8287)	0.8624
2003/07~12	0.1708 (16.8396)	-0.1153 (-9.3685)	-0.0062 (-8.2185)	0.4338
2004/01~06	0.1793 (11.1882)	-0.2835 (-27.4912)	-0.0268 (-8.7641)	0.8724
전체기간	0.1463 (36.2907)	-0.1579 (-22.3225)	-0.0076 (-18.5032)	0.5273

<나> 모수적 추정방법

	절 편	왜 도	첨 도	R^2
2002/07~12	-0.3609 (-6.6197)	-0.3856 (-15.8961)	0.1156 (7.2342)	0.8300
2003/01~06	0.1198 (2.8212)	-0.4175 (-13.5033)	-0.0299 (-2.0990)	0.7849
2003/07~12	-0.1075 (-3.8807)	-0.4288 (-24.3699)	0.0340 (4.1977)	0.9113
2004/01~06	0.2849 (6.4212)	-0.4099 (-13.3729)	-0.0760 (-5.0069)	0.6820
전체기간	0.0158 (0.7194)	-0.3621 (-28.6703)	0.0073 (1.0832)	0.7629

정도와 왜도·첨도의 옵션가격오차의 영향에 대한 관계는 확실한 결론을 내릴 수 없었다. 이에 대해서는 다음 장에서 자세히 논의하도록 하자.

3.3 오차의 정의, 가격도 및 옵션 종류에 따른 결과 차이 분석

옵션가격오차의 정의에 따라 결과의 상이성을 검토하기 위하여 절대가격비율오차 대신에 절대가격오차를 사용한 결과는 <표 5>와 같다. 절대가격비율오차의 경우와 마찬가지로 왜도가 첨도에 비하여 일관되고 유의성이 높은 중요한 영향력을 행사하는 변수임을 알 수 있다. 비모수적 방법의 경우 첨도에 대한 영향력의 변수가 일관되게 음의 값을 보이고 있다. 하지만 역시 왜도의 영향력이 첨도에 비해 큰 t 통계량 값을 보이며 더욱 중요한 변수임을 알 수 있고 수치의 크기는 비모수적 추정방법의 경우 약 20배, 모수적 추정방법의 경우 10배 정도 큰 값을 보임을 알 수 있다. 둘째, 절대가격비율오차를 이용하였을 경우보다 절대가격오차를 사용한 경우 추정방법에 관계없이 작은 R^2 값을 보인다. 또한 왜도·첨도에 대한 유의성 역시 절대가격비율오차를 사용한 회귀분석의 경우가 더 큰 것으로 나타났다.¹¹⁾ 하지만, 오차의 정의에 따라서 왜도가 더 중요한 변수라는 결론에는 차이를 보이고 있지 않으며 유의성 또한 큰 차이를 보이고 있지는 않으므로 이후 분석에서는 설명력과 유의성이 높은 절대가격비율오차만을 사용한다.

옵션의 가격도에 따라 오차의 크기는 상이하며 위험중립분포의 왜도·첨도가 가격오차에 미치는 영향도 상이할 것이다.¹²⁾ 우선 가격도에 따른 옵션의 가격오차를 살펴보면 Kim and Kim(2004, 2005) 등의 연구에서 내가격 옵션의 가격 오차가 큰 것으로 나타나는 결과와 일치하게 본 연구에서도 콜옵션(풋옵션)의 외가격, 등가격, 내가격 옵션의 절대가격비율오차는 각각 0.0309(0.0298), 0.0582(0.0692), 0.1775(0.2774)로 나타나고 있다. 가격 오차에 대한 영향을 <표 6>에서 자세히 검증하였다. 콜옵션과 풋옵션 모두 앞의 결과와 마찬가지로 추정방법에 관계없이 왜도는 유의한 음의 값을 보인다. 첨도에 대한 영향 계수의 경우 비모수적 추정방법의 경우 유의한 음의 값, 모수적 추정방법의 경우 내가격 콜옵션 경우를 제외하고 유의한 양의 값을 지님을 알 수 있다. 이는 <표 4>의 전체기간에 대한 결과와 일치한다고 할 수 있다. 가격도에 따른 비교를 해 보면, 추정 방법에 관계없이 콜과 풋옵션 모두 내가격에서 변수의 유의성 및

11) 이는 옵션 가격의 절대적 크기에 따른 오차를 통계한 절대가격오차비율 측정치의 우의에서 나온다고 예상할 수 있다.

12) 가격도와 왜도·첨도의 설명력 간의 관계 검토의 아이디어를 주신 익명의 심사자께 깊이 감사드린다.

R^2 값이 큰 것으로 나타났으며 외가격으로 갈수록 수치는 작아짐을 알 수 있었다. 이는 가격 오차가 더 큰 옵션에서 왜도·첨도의 조정에 대한 필요성이 큰 것으로 나타나고 있다고 생각할 수 있다. 그러나, 가격도에 따라서 왜도·첨도 설명계수의 크기만 차이를 보일 뿐 부호 즉 방향성은 변하지 않아서 가격도에 따른 왜도·첨도 설명력의 차이는 발견할 수 없었다.

<표 5> 왜도·첨도의 절대가격오차에 대한 회귀분석결과

다음과 같은 회귀식을 통하여 계수들을 추정한다.

$$PE_t = c_0 + c_{SKEW}SKEW_t + c_{KURT}KURT_t + \epsilon$$

PE_t 는 시점 t 의 실제 옵션가격과 모형에서 추정된 옵션가격과의 오차, $SKEW_t$ 는 시점 t 에서 추정된 수익률 위험중립분포의 왜도, $KURT_t$ 는 시점 t 에서 추정된 수익률 위험중립분포의 첨도이다. PE_t 는 절대가격비율오차를 이용한다. 절편은 c_0 , 왜도는 c_{SKEW} , 첨도는 c_{KURT} 를 의미하며 괄호 안은 각 계수의 t 통계량이다. 비모수적 추정방법은 Bakshi, Kapadia, and Madan(2003)의 방법을, 모수적 추정방법은 Corrado and Su(1996)의 방법에서 추정된 왜도와 첨도를 이용한다.

<가> 비모수적 추정방법

	절 편	왜 도	첨 도	R^2
2002/07~12	0.1580 (3.9123)	-0.2173 (-14.3456)	-0.0267 (-3.1462)	0.6703
2003/01~06	0.0475 (4.7296)	-0.1635 (-8.5990)	-0.0052 (-7.5221)	0.3884
2003/07~12	0.0929 (9.1018)	-0.0863 (-6.9650)	-0.0049 (-6.4274)	0.2946
2004/01~06	0.3531 (11.8010)	-0.2044 (-10.6180)	-0.0675 (-11.8286)	0.6457
전체기간	0.0903 (18.7760)	-0.1099 (-13.9559)	-0.0057 (-12.3307)	0.3040

<나> 모수적 추정방법

	절 편	왜 도	첨 도	R^2
2002/07~12	-0.2532 (-4.4527)	-0.3478 (-13.7489)	0.0778 (4.6703)	0.7622
2003/01~06	-0.1261 (-3.4434)	-0.2614 (-9.8059)	0.0353 (2.8788)	0.7962
2003/07~12	-0.0374 (-0.9946)	-0.4091 (-17.1093)	-0.0046 (-0.4223)	0.7985
2004/01~06	-0.1866 (-5.5448)	-0.3206 (-13.7924)	0.0417 (3.6247)	0.8543
전체기간	-0.1190 (-5.5677)	-0.2926 (-23.7310)	0.0322 (4.9293)	0.7328

<표 6> 왜도·첨도의 가격도 별 절대가격비율오차에 대한 회귀분석결과

다음과 같은 회귀식을 통하여 계수들을 추정한다.

$$PE_t = c_0 + c_{SKEW}SKEW_t + c_{KURT}KURT_t + \epsilon$$

PE_t 는 시점 t 의 실제 콜옵션가격과 모형에서 추정된 옵션가격과의 오차, $SKEW_t$ 는 시점 t 에서 추정한 수익률 위험중립분포의 왜도, $KURT_t$ 는 시점 t 에서 추정한 수익률 위험중립분포의 첨도이다. PE_t 는 콜, 풋옵션의 가격도에 따른 절대가격비율오차를 이용한다. 절편은 c_0 , 왜도는 c_{SKEW} , 첨도는 c_{KURT} 를 의미하며 괄호 안은 각 계수의 t 통계량이다. 비모수적 추정방법은 Bakshi, Kapadia, and Madan(2003)의 방법을, 모수적 추정방법은 Corrado and Su(1996)의 방법에서 추정된 왜도와 첨도를 이용한다.

<가> 비모수적 추정방법

	절 편	왜 도	첨 도	R^2	
콜옵션	외가격	0.0221 (9.5498)	-0.0341 (-7.1693)	-0.0018 (-6.9263)	0.1074
	등가격	0.0408 (13.4222)	-0.0632 (-10.0876)	-0.0032 (-9.2657)	0.1924
	내가격	0.1260 (33.5598)	-0.1815 (-23.4384)	-0.0089 (-21.0541)	0.5665
풋옵션	외가격	0.0219 (13.0724)	-0.0309 (-8.9672)	-0.0016 (-8.7762)	0.1616
	등가격	0.0450 (11.9628)	-0.0918 (-11.8255)	-0.0048 (-11.3320)	0.2503
	내가격	0.1857 (29.7468)	-0.3195 (-24.8200)	-0.0155 (-22.0493)	0.5949

<나> 모수적 추정방법

	절 편	왜 도	첨 도	R^2	
콜옵션	외가격	-0.0506 (-3.1258)	-0.0336 (-3.6582)	0.0186 (3.7577)	0.1440
	등가격	-0.0704 (-3.1954)	-0.0466 (-3.7282)	0.0301 (4.4611)	0.1712
	내가격	0.2401 (7.7562)	-0.2890 (-16.4678)	-0.0487 (-5.1423)	0.4261
풋옵션	외가격	-0.0454 (-4.0335)	-0.0372 (-5.8262)	0.0165 (4.7857)	0.2594
	등가격	-0.1462 (-6.9390)	-0.1514 (-12.6698)	0.0423 (6.5674)	0.5427
	내가격	-0.0027 (-0.0868)	-0.5557 (-31.6822)	0.0158 (1.6738)	0.8061

마지막으로 옵션의 종류, 콜과 풋옵션에 따라 상이한 결과가 도출되는지 여부를 검토해 볼 필요가 있다.¹³⁾ 이를 통제하기 위하여 옵션가격오차를 일별로 콜과 풋옵션 개별적으로 평균하여 구한 값을 종속 변수로 하여 회귀분석을 실시하였다. 결과는

<표 7>, <표 8>과 같다. 첫째, 전체 옵션을 이용한 결과와 마찬가지로 왜도에 대한 영향은 일관되게 음의 방향으로 발견되며 첨도의 경우 개별적인 구간에 따라 다른 영향으로 나타나고 있음을 알 수 있다. 또한 앞의 전체 옵션의 경우와 마찬가지로 왜도의 영향이 첨도에 비하여 강하게 나타나고 있음을 알 수 있다. 즉 옵션의 종류와 관계없이 왜도가 옵션가격오차를 설명하는데 중요한 변수임을 알 수 있다. 둘째, 콜옵션의 결과에 비하여 풋옵션에서의 설명력이 더 큼을 알 수 있다. R^2 값이 콜옵션의 가격 오차에서는 비모수, 모수 추정방법에 대하여 각각 0.4771, 0.4843이고 풋옵션에서는 0.4837, 0.8275로 나왔다. 한편 일관되고 강한 설명력을 보이는 왜도의 설명 계수의 경우 또한 비모수, 모수 추정방법에 대하여 각각 콜옵션에서는 -0.1014, -0.2213, 풋옵션에서는 -0.2227, -0.4830으로 두 배 정도의 크기를 보임을 알 수 있다.¹⁴⁾ 이는 콜과 풋 옵션의 가격오차의 크기로 설명할 수 있다. 전체 기간의 콜옵션과 풋옵션의 오차는 각각 0.0889, 0.1254이다. 이에 따르면 가격오차가 큰 풋옵션이 콜옵션에 비하여 왜도·첨도의 가격 오차에 대한 설명력의 큰 것으로 나타났고 이는 Black and Scholes(1973) 모형이 설명하지 못하는 잔여부분을 왜도·첨도가 잘 설명하고 있음을 간접적으로 알 수 있다. 셋째, 비모수적 방법과 모수적 방법의 설명력 차이에서는 콜옵션의 경우 추정방법에 관계없이 어느 정도 비슷한 수치를 보이고 있으나 풋옵션의 경우 모수적 추정방법에서 더 큰 R^2 값과 계수를 보임을 알 수 있다. 하지만, 여기서 시사점을 도출하기 곤란한 것은 세부 기간을 살펴보면 2002년 하반기와 2004년 상반기에는 비슷한 값을 보이고 있음을 알 수 있다. 즉, 이는 선택한 표본에서 우연히 나온 결과라고 판단할 수 있다.

이러한 가격오차와 변동성 조소 정도와의 관련성이 약한 부분은 다음과 같이 설명할 수 있다. 옵션가격오차를 만드는 요인이 위험중립분포 왜도·첨도의 잘못된 가정에 의한 원인 뿐 아니라 Kim, Kim, and Ziskind(1994), Hentschel(2003), Hwang and Kang (2004) 등이 지적한 대로 시장의 최소거래단위(tick), 거래비용 등의 시장미시구조(market microstructure)에 의한 변수들의 영향이나 변수의 추정오차 등에 의해 영향을 받을 수 있음을 말해준다. 추후 연구에서는 회귀분석에 다음과 같은 영향력에 관한 대응치를 왜도·첨도와 함께 독립변수로 선정하여 더욱 정교한 분석을 수행할 수 있을 것이다.¹⁵⁾

13) Lung(2001) 등의 연구에서 콜과 풋옵션은 상이한 정보효과를 지님을 보이고 있다.

14) 두 옵션을 합한 전체 옵션의 결과인 <표 4>에서는 콜옵션과 풋옵션의 영향력을 고르게 받아 평균 정도의 효과가 나타나고 있음을 알 수 있다.

결론적으로 선택한 표본의 구간, 옵션가격오차의 정의, 옵션의 종류와 관계없이 왜도는 일관되게 가격오차와 일관되게 음의 방향성을 지닌 채 강한 관계를 보이고 있음을 알 수 있다. 즉, 수익률 위험중립분포의 왜도에 대한 정확한 설명을 할 수 있는 모형이 앞으로의 모형 개발 및 활용에 더욱 중점을 두어야 함을 알 수 있다.

<표 7> 왜도·첨도의 콜옵션 절대가격비율오차에 대한 회귀분석결과

다음과 같은 회귀식을 통하여 계수들을 추정한다.

$$PE_t = c_0 + c_{SKEW}SKEW_t + c_{KURT}KURT_t + \epsilon$$

PE_t 는 시점 t 의 실제 콜옵션가격과 모형에서 추정된 옵션가격과의 오차, $SKEW_t$ 는 시점 t 에서 추정한 수익률 위험중립분포의 왜도, $KURT_t$ 는 시점 t 에서 추정한 수익률 위험중립분포의 첨도이다. PE_t 는 콜옵션의 절대가격비율오차를 이용한다. 절편은 c_0 , 왜도는 c_{SKEW} , 첨도는 c_{KURT} 를 의미하며 괄호 안은 각 계수의 t 통계량이다. 비모수적 추정방법은 Bakshi, Kapadia, and Madan(2003)의 방법을, 모수적 추정방법은 Corrado and Su(1996)의 방법에서 추정된 왜도와 첨도를 이용한다.

<가> 비모수적 추정방법

	절 편	왜 도	첨 도	R^2
2002/07~12	-0.0253 (-0.7468)	-0.1873 (-14.7126)	0.0176 (2.4622)	0.6776
2003/01~06	0.0608 (14.3838)	-0.2064 (-25.7947)	-0.0063 (-21.6757)	0.8534
2003/07~12	0.1350 (21.6942)	-0.0744 (-9.8555)	-0.0041 (-8.8210)	0.4593
2004/01~06	0.0271 (1.5063)	-0.1555 (-13.4595)	0.0064 (1.8768)	0.6506
전체기간	0.1181 (38.5076)	-0.1014 (-20.1990)	-0.0049 (-16.7716)	0.4771

<나> 모수적 추정방법

	절 편	왜 도	첨 도	R^2
2002/07~12	-0.2429 (-4.9228)	-0.2736 (-12.4623)	0.0839 (537991)	0.7518
2003/01~06	0.2505 (5.4305)	-0.3409 (-10.1527)	-0.0675 (-4.3676)	0.5622
2003/07~12	0.0118 (0.4161)	-0.2632 (-14.5940)	0.0085 (1.0216)	0.7637
2004/01~06	0.4026 (9.6906)	-0.2442 (-8.5088)	-0.1016 (-7.1511)	0.3921
전체기간	0.1274 (5.8289)	-0.2213 (-17.5566)	-0.0193 (-2.8910)	0.4843

15) 영향력이 크지 않은 첨도를 제거하고 왜도만으로 실시한 회귀분석에서도 역시나 변동성 조소 정도와 가격오차의 관계는 없는 것으로 나타났다.

<표 8> 왜도·첨도의 풋옵션 절대가격비율오차에 대한 회귀분석결과

다음과 같은 회귀식을 통하여 계수들을 추정한다.

$$PE_t = c_0 + c_{SKEW}SKEW_t + c_{KURT}KURT_t + \epsilon$$

PE_t 는 시점 t 의 실제 풋옵션가격과 모형에서 추정된 옵션가격과의 오차, $SKEW_t$ 는 시점 t 에서 추정한 수익률 위험중립분포의 왜도, $KURT_t$ 는 시점 t 에서 추정한 수익률 위험중립분포의 첨도이다. PE_t 는 풋옵션의 절대가격비율오차를 이용한다. 절편은 c_0 , 왜도는 c_{SKEW} , 첨도는 c_{KURT} 를 의미하며 괄호 안은 각 계수의 t 통계량이다. 비모수적 추정방법은 Bakshi, Kapadia, and Madan(2003)의 방법을, 모수적 추정방법은 Corrado and Su(1996)의 방법에서 추정된 왜도와 첨도를 이용한다.

<가> 비모수적 추정방법

	절 편	왜 도	첨 도	R^2
2002/07~12	0.0643 (1.1249)	-0.3189 (-14.8701)	-0.0017 (-0.1451)	0.6761
2003/01~06	0.0966 (8.4358)	-0.3247 (-14.9718)	-0.0102 (-12.9266)	0.6616
2003/07~12	0.1949 (13.7279)	-0.1715 (-9.0249)	-0.0091 (-8.0578)	0.4176
2004/01~06	0.3798 (10.7636)	-0.3707 (-16.3256)	-0.0644 (-9.5794)	0.7291
전체기간	0.1702 (26.7497)	-0.2227 (-20.4451)	-0.0108 (-17.3309)	0.4837

<나> 모수적 추정방법

	절 편	왜 도	첨 도	R^2
2002/07~12	-0.4517 (-6.3131)	-0.4852 (-15.2419)	0.1407 (6.7102)	0.8153
2003/01~06	-0.0387 (-0.7619)	-0.4805 (-12.9906)	0.0178 (1.0472)	0.8331
2003/07~12	-0.2121 (-5.5387)	-0.5504 (-22.6189)	0.0597 (5.3298)	0.9064
2004/01~06	0.1056 (1.8387)	-0.5389 (-13.5821)	-0.0287 (-1.4600)	0.7665
전체기간	-0.1071 (-4.1495)	-0.4830 (-32.4496)	0.0392 (4.9782)	0.8275

4. 옵션가격결정모형에 대한 응용

기존에 Black and Scholes(1973) 모형의 가정 중에서 변동성에 대한 가정을 완화시키는 것이 이자율 등 다른 변수에 대한 가정보다 가장 좋은 개선 효과를 보인다는 것을 Bakshi, Cao, and Chan(1997, 2000)이 밝혀냈다. 이를 위하여 추계적 변동성(stochastic volatility) 또는 점프(jumps) 등의 요인들이 추가적으로 고려되기 시작한다. 이러한 각

각의 요인들은 기초자산 수익률의 위험중립분포 왜도를 양과 음으로 만들어주고 침도 또한 변화를 줄 수 있다. 즉 왜도와 침도 모두에 영향을 줄 수 있는 모형인 것이다. 하지만, 현재의 연구들은 이에 만족하지 못하고 변동성에 점프항을 추가로 모형화 하여 침도의 영향력을 높인 Duffie, Pan, and Singleton(2000)¹⁶⁾, 정규분포에 비하여 높은 침도의 특성을 고려한 기호삼, 이미영, 최병욱(2004) 등의 급침 분포를 고려한 옵션가격결정모형 등 침도에 더욱 비중을 둔 모형 또한 연구되고 있다. Andersen, Benzoni, and Lund(2002)의 연구에서도 기초자산의 수익률과 변동성간에 음의 상관관계를 가지는 추계적 변동성이 변동성 조소 현상을 만들고 점프는 변동성을 약간 상승시키며 행사가격이 큰 옵션에 대하여 변동성 미소 현상을 만들어내는 역할만을 하고 있음을 보였다.

본 연구 결과에 따르면 KOSPI 200 옵션 시장에서는 침도에 대한 영향력보다는 왜도의 영향력이 훨씬 크고 일관 되다는 현상을 발견했다. KOSPI 200 옵션 시장에서는 침도에 변화를 주려고 하는 급침 분포를 고려한 옵션가격결정모형이나 수익률과 변동성 모두에 점프를 가정한 더블 점프 모형을 적용하는 것 보다는 왜도의 설명에 적절한 변동성과 수익률간에 상관관계를 가정한 추계적 변동성 모형을 선택하는 것이 바람직하다 하겠다. 이에 따라 모수 추정 시에도 Nandi(1998)에서처럼 상관관계 추정 등 왜도를 더욱 정교하게 설명할 수 있는 연구에 더욱 집중해야 할 것이다. 이는 Kim and Kim(2004, 2005)의 KOSPI 200 옵션 시장에서 추계적 변동성 향이 옵션 가격결정 및 헤징을 설명하는 가장 중요한 요인이라는 결론과 일치한다.

V. 결 론

본 연구에서는 KOSPI 200 지수 옵션 시장을 이용하여 위험중립분포의 3차, 4차 모멘트인 왜도와 침도를 추정하여 이의 옵션가격결정 오차에 대한 설명력을 검증하였다. 모멘트의 추정 방법에 따라 상이한 결론이 도출될 수 있는 가능성을 방지하기 위하여 Bakshi, Kapadia, and Madan(2003)의 비모수적 추정방법과 Corrado and Su(1996)의 모수적 추정방법 모두를 사용하여 연구를 수행하였다. 왜도·침도의 가격오차에 대한 설명력 검증을 위하여 Black and Scholes(1973)에서 2차 모멘트인 변동성만을 추정하여 발

16) Bakshi and Cao(2003)는 변동성의 점프가 침도에 대한 설명력을 크게 상승시킴을 보였다.

생하는 옵션 가격의 오류를 왜도와 첨도를 독립변수로 하여 회귀분석을 실시하였다.

검정결과 우선, 내재변동성과 가격도와의 관계 그래프는 행사가격이 작은 옵션의 내재변동성이 큰 변동성 조소 현상을 보이고 있었다. 수익률 위험중립분포의 왜도는 전 구간에 걸쳐서 고르게 음의 값을 지니고 있었고 첨도의 경우 정규분포에서 가정한 값인 3을 초과하는 값을 보였다. 하지만, 모수적 방법에 의한 첨도 추정치는 변동성이 매우 작은 것을 알 수 있었다. 추정된 왜도와 첨도의 옵션가격오차에 대한 설명력을 측정하는 회귀분석에서는 모멘트 추정방법, 오차의 정의, 가격도, 옵션 종류, 기간에 관계 없이 왜도의 영향력을 나타내는 계수는 일관되게 음의 값을 보이며 즉, 왜도가 음으로 작아질수록 옵션가격오차가 커짐을 알 수 있었다. 하지만 첨도의 영향력 계수의 경우 세부 기간 별로 양 또는 음의 값이 보이며 일관되지 않았고 유의성 또한 왜도의 경우보다는 작은 것을 알 수 있었다.

KOSPI 200 옵션 시장에서는 첨도에 대한 영향력보다는 왜도의 영향력이 훨씬 크고 일관 되다는 현상을 발견했으므로 앞으로의 연구에서도 왜도를 더 잘 설명할 수 있는 연구에 더욱 집중해야 함을 말해준다고 할 수 있다. 추후 연구에서는 옵션가격오차에 대하여 설명력을 가질 수 있는 거래비용 등의 다른 요인들을 통제한 상태에서 왜도·첨도의 영향력을 검증할 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

- 기호삼, 이미영, 최병욱, “급침 분포와 옵션 가격 결정,” 『재무관리연구』, 21, 2004, 211-233.
- 정재만, 김재근, “개인투자자의 옵션매매 성과와 형태,” 『선물연구』, 13, 2005, 99-127.
- Andersen, T., L. Benzoni, and J. Lund, “An Empirical Investigation of Continuous-time Equity Return Models,” *Journal of Finance*, 57, 2002, 1239-1284.
- Bakshi, G. S., C. Cao, and Z. W. Chen, “Empirical Performance of Alternative Option Pricing Models,” *Journal of Finance*, 52, 1997, 2003-2049.
- Bakshi, G. S., C. Cao, and Z. W. Chen, “Pricing and Hedging Long-term Options,” *Journal of Econometrics*, 94, 2000, 277-318.
- Bakshi, G. S. and C. Cao, “Risk-neutral Kurtosis, Jumps, and Option Pricing: Evidence from 100 Most Actively Firms on the CBOE,” Working paper, University of Maryland, 2003.
- Bakshi, G. S., N. Kapadia, and D. Madan, “Stock Return Characteristics, Skew Laws, and the Differential Pricing of Individual Equity Options,” *Review of Financial Studies*, 16, 2003, 101-143.
- Bates, D., “The Crash of '87: Was It Expected? The Evidence from Options Market,” *Journal of Finance*, 46, 1991, 1009-1044.
- Bates, D., “Post-'87 Crash Fears in the S&P 500 Futures Option Market,” *Journal of Econometrics*, 94, 2000, 181-238.
- Black, F. and L. Scholes, “The Valuation of Option Contracts and a Test of Market Efficiency,” *Journal of Finance*, 27, 1972, 399-417.
- Black, F. and L. Scholes, “The Pricing of Options and Corporate Liabilities,” *Journal of Political Economy*, 81, 1973, 637-659.
- Bollerslev, T., “Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity,” *Journal of Econometrics*, 31, 1986, 307-327.
- Brown, C. and D. Robinson, “Skewness and Kurtosis Implied by Option Prices: a Correction,” *Journal of Financial Research*, 25, 2002, 279-282.
- Corrado, C. J. and T. Su, “Skewness and Kurtosis in S&P 500 Index Returns Implied by

- Option Prices,” *Journal of Financial Research*, 19, 1996, 175-192.
- Duffie, D., J. Pan, and K. J. Singleton, “Transform Analysis and Asset Pricing for Affine Jump-diffusions,” *Econometrica*, 68, 2000, 1343-1376.
- Engle, R., “Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation,” *Econometrica*, 50, 1982, 987-1008.
- Hentschel, L., “Errors in Implied Volatility,” *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 38, 2003, 779-810.
- Heston, S. L., “A Closed Form Solution for Options with Stochastic Volatility with Application to Bond and Currency Options,” *Review of Financial Studies*, 6, 1993, 327-344.
- Hull, J. C. and A. White, “The Pricing of Options on Assets with Stochastic Volatilities,” *Journal of Finance*, 42, 1987, 281-300.
- Hwang, K. H. and J. Kang, “Implied Volatility with Transaction Costs and the Market Efficiency of the KOSPI 200 Option Market,” Working paper, KAIST, 2004.
- Kim, I. J., K. C. Kim, and R. Ziskind, “On the Apparent Systematic Bias of Implied Volatility in the Black and Scholes Model,” *Advances in Investment Analysis and Portfolio Management*, 2, 1994, 133-158.
- Kim, I. J. and S. Kim, “On the Usefulness of Implied Risk Neutral Distributions: Evidence from Korean KOSPI 200 Index Options Market,” *Journal of Risk*, 6, 2003, 93-110.
- Kim, I. J. and S. Kim, “Empirical Comparison of Alternative Stochastic Volatility Option Pricing Models: Evidence from Korean KOSPI 200 Index Options Market,” *Pacific-Basin Finance Journal*, 12, 2004, 117-142.
- Kim, I. J. and S. Kim, “Is It Important to Consider the Jump Component for Pricing and Hedging Short-tem Options?,” *Journal of Futures Markets*, 25, 2005, 989-1009.
- Lung, P., “Information Content in Asymmetries of Call and Put Currency Options,” Ph.D. Dissertation, Texas Tech University, 2001.
- Nandi, S., “How Important is the Correlation between Returns and Volatility in a Stochastic Volatility Model? Empirical Evidence from Pricing and Hedging in the S&P 500 Index Option Market,” *Journal of Banking and Finance*, 22, 1998, 589-610.
- Officer, R. R., “The Variability of the Market Factor of the NYSE,” *Journal of Business*, 46, 1973, 434-453.
- Rubinstein, M., “Implied Binomial Trees,” *Journal of Finance*, 69, 1994, 771-818.

Which One is More Important Factor for Pricing Options, Skewness or Kurtosis?

Sol Kim

< Abstract >

This paper investigates the relative importance of the skewness and kurtosis of the risk neutral distribution for pricing KOSPI200 options. The skewness and kurtosis are estimated from non parametric method of Bakshi, Kapadia, and Madan (2003) and the parametric method of Corrado and Su (1996). We show that the skewness of the risk neutral distribution is more important factor than the kurtosis irrespective of the estimation method, the definition of pricing errors, the moneyness, the type of options and a period of time.

JEL classification : G11, G13

Keywords : Option Pricing, Risk Neutral Distribution, Skewness, Kurtosis