

위험중립분포 왜도·첨도의 상대적 중요성 : Corrado and Su(1996) 모형을 이용한 옵션 가격 예측*

김 솔**

< 초 록 >

Corrado and Su(1996) 옵션 가격결정 모형을 이용하여 위험중립분포 왜도와 첨도의 옵션가격결정에 대한 상대적 영향력을 검증하였다. 본 연구에서는 Corrado and Su(1996) 옵션 가격결정 모형에서 왜도·첨도를 모두 고려한 모형, 왜도만을 고려한 모형, 첨도만을 고려한 세가지 모형을 Black and Scholes(1973) 모형과 비교하여 왜도·첨도의 옵션 가격결정에서 상대적 중요성을 검증한다. 결과적으로 왜도·첨도를 모두 고려한 모형이 가장 우수한 성과를 보였으며 왜도만을 고려한 모형이 첨도만을 고려한 모형에 비하여 우수한 가격결정 성과를 보였다. 이는 위험중립분포의 왜도·첨도를 고려함이 옵션가격결정의 개선에 기여함을 의미하여 특히 왜도가 옵션가격결정에 상대적으로 더 중요한 요소임을 알 수 있다.

논문접수일 : 2007년 09월, 게재확정일 : 2008년 01월

* '2007년 제9회 경영관련학회 통합학술대회'에서 유익한 논평을 해주신 윤선중 박사님, 박진우 교수님과 세심한 심사평으로 논문의 질을 크게 향상시켜주신 두 분 익명의 심사자들에게 깊이 감사를 드리며 본 논문에 남아있는 오류는 오직 저자의 책임입니다. 이 연구는 2008학년도 한국외국어대학교 교내학술연구비의 지원에 의하여 이루어진 것임.

** 한국외국어대학교 경영학부 조교수

I. 서 론

Black and Scholes(1973) 모형은 폐쇄해(closed-form solution)를 가지고 추정해야 할 모수(parameter)가 변동성 하나인 간편성의 장점을 지님에도 불구하고 변동성 미소(volatility smile) 또는 조소(volatility sneer) 현상¹⁾ 등의 실증적 문제점(empirical deficiency)들을 보였다. 이는 옵션가격결정을 위한 Black and Scholes(1973)의 여러 단순한 가정들로부터 기인한다 할 수 있으며 Black and Scholes(1973) 모형에 현실적인 가정을 추가하는 여러 모형들이 등장하는 계기를 마련하였다. 예를 들면 확률적 이자율(stochastic interest rate), 확률적 변동성(stochastic volatility), 수익률 또는 변동성의 점프(jumps) 등을 고려한 여러 모형들이 도출되었다. 이러한 가정들의 완화는 최종적으로 현재 기초자산에 관한 옵션 시장에서 관찰되고 있는 수익률의 위험중립분포가 Black and Scholes(1973)에서 가정한 정규 분포에 비하여 꼬리가 두껍고 음의 왜도(skewness)를 가지는 것으로 나타나는 현상²⁾을 설명하기 위함이다.

그렇다면 옵션가격결정에 관한 이론적이고 실증적인 연구에서 위험중립분포의 왜도와 첨도(kurtosis) 중 어느 것에 더욱 초점을 맞추어야 하는가? 왜도·첨도의 상대적 중요성에 따라 유용한 모형이나 모형 안의 모수의 중요성이 달라지므로 이는 옵션가격결정에 중요한 정보를 제공한다.³⁾ 이를 위하여 김술(2006)은 실제 거래된 옵션가격을 이용하여 왜도와 첨도를 추정하는 비모수적 방법인 Bakshi, Kapadia and Madan(2003)의 연구와 Corrado and Su(1996)의 모수적 방법을 이용하여 왜도·첨도를 추정한다. Black and Scholes(1973)에서는 변동성 만이 옵션 가격을 설명하게 되기 때문에 이 모형에서 설명하지 못하는 시장가격과 모형가격과의 오차를 종속변수로 하여 각 방법에 추정한 왜도·첨도를 회귀 분석함으로써 Black and Scholes(1973) 모형이 설명하지 못하는 잔차(residual) 부분을 왜도와 첨도 중 어느 것을 수정함으로써 개선 여지를 증대시킬 수 있는지 파악하였다. 분석결과 왜도와 첨도의 옵션가격오차에 대한 설명력을 측정하는 회귀분석에서 오차의 정의, 왜도·첨도의 추정방법, 가

1) Black and Scholes(1973) 모형은 행사가격 별로 내재변동성(implied volatility)이 일정하다고 가정하나 실제 옵션자료를 통해 추정된 내재변동성은 내가격(in-the-money) 또는 외가격(out-of-the-money) 옵션에서 더욱 크게 나타난다. 이를 변동성 미소 현상이라고 한다. 특히 행사가격이 낮은 옵션의 내재변동성 값이 더 큰 현상을 변동성 조소 현상이라고 한다.

2) Rubinstein(1994), Bakshi, Cao, and Chan(1997), Kim and Kim(2003) 참조.

3) 왜도·첨도의 상대적 중요성이 옵션가격결정모형과 모수 추정에 미치는 영향에 관한 자세한 내용은 김술(2006)에 잘 언급되어 있다.

격도(moneyness), 옵션의 종류, 기간에 관계 없이 왜도의 영향력을 나타내는 계수가 일관되게 음의 값을 보이며 옵션가격오차에 강한 설명력을 지님을 알 수 있었다.⁴⁾

김술(2006)과의 차별성은 다음과 같다. 첫째, 본 연구에서는 Corrado and Su(1996) 옵션 가격결정 모형을 직접 이용하여 위험중립분포 왜도와 첨도의 옵션가격결정에 대한 상대적 영향력을 검증하였다. 기존 김술(2006)의 연구에서는 Black and Scholes(1973) 옵션가격결정 모형을 이용한 가격오차를 모수적, 비모수적 방법으로 추정한 왜도·첨도와 회귀분석하여 상대적 영향력을 검증하였으나 본 연구에서는 Corrado and Su(1996) 옵션가격결정 모형에서의 왜도·첨도 모수를 각각 0과 3으로 설정해 놓고 옵션가격결정 오차를 직접 비교한다. 즉 왜도·첨도를 모두 고려한 모형(Corrado and Su(1996) 모형), 왜도만을 고려한 모형(Corrado and Su(1996) 모형에 첨도 모수를 3으로 가정한 모형), 첨도만을 고려한 모형(Corrado and Su(1996) 모형에 왜도 모수를 0으로 가정한 모형) 세 가지 모형을 Black and Scholes(1973) 모형과 비교하여 왜도·첨도의 옵션가격결정에서의 상대적 중요성을 검증한다. 왜도·첨도를 모두 고려한 모형이 가장 우수하고 왜도만을 고려한 모형이 첨도만을 고려한 모형보다 더 나은 성과를 보인다면 옵션가격결정에서 위험중립분포의 왜도·첨도를 고려함이 옵션가격결정 오차를 줄이는데 기여함을 알 수 있고, 이 중에서 상대적으로 왜도를 고려하는 것이 더욱 중요하다는 결론을 내릴 수 있다. 두 번째로 김술(2006)의 연구에서는 현재 옵션 시장에서 관찰 가능한 옵션 가격과 이로부터 추정한 내재변동성을 이용한 Black and Scholes(1973) 모형의 이론가의 차이를 역시나 현재 옵션 가격으로부터 도출한 왜도·첨도와 회귀분석을 실시하였는데 이는 옵션 가격의 현재 상태만을 설명하는데 국한된다 할 수 있다. 하지만 현실적으로는 현재 옵션 가격의 설명력 보다는 미래 가격 예측을 하는데 왜도·첨도가 상대적으로 얼마만큼 중요한지 측정하는 것이 의미가 더 크므로 본 연구에서는 내표본 가격 결정 성과(in-sample pricing performance) 뿐 아니라 외표본 가격 결정 성과(out-of-sample pricing performance)를 검증한다. 마지막으로 장기간의 자료를 이용하여 결과의 강건성을 높인다. 김술(2006)의 2년 간의 자료보다 더 장기간인 5년 7개월 간의 자료를 이용함으로써 표본의 선택으로부터 나타날 수 있는 오차를 더욱 감소시켰다.

결과적으로 왜도·첨도를 모두 고려한 모형이 가장 우수한 성과를 보였으며 왜도

4) 이와 관련된 연구로 변석준, 윤선중, 강병진(2007)의 연구에서는 첨도가 왜도에 비해 옵션가격에 큰 영향을 주고 있다고 결론 내리고 있으나 이는 위험중립분포가 아닌 실제분포(physical distribution)를 추정하여 내린 결론으로 본 연구와는 차이가 있다.

만을 고려한 모형이 첩도만을 고려한 모형에 비하여 우수한 가격결정 성과를 보임을 통해 왜도가 옵션가격결정에 더 중요한 요소임을 확인하였다. 이는 위험중립분포의 왜도·첩도를 고려함이 옵션가격결정의 개선에 기여함을 의미하며 특히 왜도가 옵션가격결정에 상대적으로 더 중요한 요소임을 알 수 있다.

논문의 구성은 다음과 같다. 제 II장에서는 위험중립분포의 왜도·첩도의 상대적 중요성을 측정하기 위하여 본 연구에서 사용하는 Corrado and Su(1996) 모형을 제시하고 제 III장에서는 본 연구에서 사용되는 표본자료를 설명한다. 제 IV장에서는 변동성 미소 또는 조소 현상을 제시하고 Corrado and Su(1996) 모형과 Black and Scholes(1973) 모형의 모수를 분석한다. 이를 이용하여 각 모형들 간에 내표본 가격결정(in-sample pricing), 1일 또는 1주일 외표본 가격결정(one day or one week ahead out-of-sample pricing)의 오차를 비교한다. 마지막으로 제 V장에서는 본 연구의 결론과 추후 연구 방향을 도출한다.

II. 모형

본 연구에서는 옵션가격결정에서의 왜도와 첩도의 상대적 중요성을 검증하기 위하여 Black and Scholes(1973) 옵션가격결정 모형에 간단히 첩도와 왜도를 추가로 모형화한 Corrado and Su(1996)의 모형을 이용한다.⁵⁾ 아래에서 볼 수 있는 것처럼 Black and Scholes(1973) 옵션가격에 왜도와 첩도 효과를 추가로 고려한 모형이다.

$$C = C_{BS} + \mu_3 Q_3 + (\mu_4 - 3) Q_4 \quad (1)$$

여기서, C_{BS} : Black and Scholes(1973) 모형으로부터 도출된 옵션가격

$$Q_3 = \frac{1}{3!} S\sigma\sqrt{\tau} [(2\sigma\sqrt{\tau} - d)n(d) + \sigma^2\tau N(d)]$$

$$Q_4 = \frac{1}{4!} S\sigma\sqrt{\tau} [(d^2 - 1 - 3\sigma\sqrt{\tau}(d - \sigma\sqrt{\tau}))n(d) + \sigma^3\tau^{3/2}N(d)]$$

5) Corrado and Su(1996)의 원래 모형에는 오류가 발견되어 이를 수정한 Brown and Robinson(2002)에서의 지적 사항을 반영한 모형을 사용한다.

$$d = \frac{\ln(S/K) + (r + \sigma^2/2)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}$$

위 콜옵션 가격에 대한 모형을 바탕으로 풋옵션 가격은 풋-콜 패리티(put-call parity)를 통하여 도출한다. 모형에서 Q_3 과 Q_4 는 옵션가격에 대하여 왜도와 첨도의 상대적 영향 정도를 측정하는 변수이다.

변동성 σ 와 첨도, 왜도 모수인 μ_3 , μ_4 를 추정하는 방법은 다음과 같다. 본 연구에서는 옵션가격결정 모형에 관한 Bakshi, Cao and Chen(1997, 2000), Bates(2000), Kim and Kim(2003, 2004, 2005) 등의 옵션가격결정 연구에서 변동성과 모수들을 추정하기 위해 가장 많이 채택하는 방법을 사용한다. 즉, 옵션가격결정 모형에 폐쇄해(closed-form solution)가 존재하는 경우 모형가격과 실제 시장옵션가격 차의 제곱을 최소화하는 방법이다. 이때 일별 횡단면(cross-section)의 옵션가격들을 이용함으로써 기초자산의 과거 자료에서 관찰할 수 없는 구조화 모수들을 추정할 수 있다는 장점이 있으며, 또한 옵션은 미래 변동성에 대한 투자 자산으로 미래 정보가 중요하다는 가정 하에서 과거가 아닌 현재 가격에 존재하는 미래 예측 정보를 사용할 수 있다는 장점이 있다.

본 연구에서는 아래와 같이 가격비율오차의 제곱을 최소화 한다.⁶⁾

$$\min_{\phi_t} \sum_{i=1}^N \left[\frac{O_i(t, \tau; K) - O_i^*(t, \tau; K)}{O_i(t, \tau; K)} \right]^2 \quad (t = 1, \dots, T) \quad (2)$$

여기서, ϕ_t : 시점 t 의 각 모형의 모수, N : 시점 t 의 거래된 옵션의 수, $O_i(t, \tau; K)$: 시점 t 의 옵션 i 의 시장 가격, $O_i^*(t, \tau; K)$: 시점 t 의 옵션 i 의 모형 가격.

본 연구에서는 왜도와 첨도 모수인 μ_3 , μ_4 를 각각 0과 3으로 놓고 옵션가격결정 성과를 직접 비교함으로써 왜도와 첨도의 상대적 중요성을 직접 검증한다. 즉 왜도·첨도를 모두 고려한 모형에서는 σ , μ_3 , μ_4 를 모두 추정하고 왜도만을 고려한 모형에서는 μ_4 를 3으로 고정 시킨 후 σ , μ_3 를 추정하고, 첨도만을 고려한 모형에서는 μ_3 를 0으로 고정 시킨 후 σ , μ_4 를 추정하여 옵션가격결정력을 비교한다.

6) 관례대로 시장가격과 모형가격의 차의 제곱을 최소화하는 방법은 상대적으로 고가의 내가격 옵션에 더 많은 비중을 두게 되는 단점이 있으므로 위와 같이 오차 비율의 제곱을 최소화 하는 방법을 사용하여 가격의 고저에 대한 영향을 통제한다. 관례적인 방법을 사용한 경우에도 논문의 최종 결론은 변하지 않았다.

Ⅲ. 자 료

본 연구에서는 1997년 7월 개장 후 짧은 역사에도 불구하고 가장 빠르게 성장하여 단일 종목으로 세계 1위 거래량을 기록하고 있는 KOSPI 200 주가지수 옵션 시장을 대상으로 한다. 일반적으로 변동성 미소 현상이나 Black and Scholes(1973) 옵션가격의 오차가 가장 현저하게 나타나는 옵션이 만기가 짧은 단기 외가격(out-of-the-money) 옵션으로 알려져 있다.⁷⁾ 즉, 이에 대한 해결을 위하여 여러 연구들이 진행되어 왔으며 본 연구 또한 이러한 문제 해결의 하나의 수단으로 왜도·침도의 변화에 따른 옵션가격결정의 개선 가능성을 검토한다. 그러한 측면에서 KOSPI 200 옵션 시장의 경우 세계 1위를 차지하고 있는 거래량의 대부분이 단기 외가격 옵션에 거래량이 집중되어 있기에 본 연구에 가장 적당한 표본이라 할 수 있을 것이다. 기간은 2000년 1월 4일부터 2006년 7월 31일까지의 5년 7개월간의 장기간의 자료를 이용하였다. 증권거래소에서 제공되는 1분 간격의 체결 자료에서 기초 자산인 주식시장에서 동시호가 진행되는 오후 2시 50분 이전에 체결된 특정 만기와 행사 가격을 지닌 옵션을 추출한다. 이는 각 시장의 종가를 연구에 이용할 경우 옵션 시장과 주식 시장의 상이한 장 종료 시간 차이로 인하여 발생할 수 있는 주식시장과 옵션시장의 비동시적 거래(non-synchronous trading) 가능성을 제거한다. 단기 금리 지표로 흔히 사용되는 3개월 CD금리를 무위험 채권의 금리로 사용하였다.

다음과 같은 방법을 통해 자료를 더 세분하여 연구에 이용하였다.⁸⁾ 우선 가격의 이산성에 대한 효과를 통제하기 위하여 옵션 가격이 0.02보다 작은 옵션과 무차익거래 조건(no-arbitrage condition)을 만족시키지 않는 옵션은 제외하였다.⁹⁾ 차기월물로의 만기이동(roll-over)에 의한 유동성 저하 위험을 감소시키기 위하여 만기가 7일보다 작은 옵션은 제외하였고 또한 특정한 만기를 가진 옵션들로 위험중립분포에 대한 왜도와 침도를 고려해야 하므로 일별로 만기가 동일한 최근월물 옵션(nearest-term options)만을 추출하였다. 즉, KOSPI 200 시장은 잔존만기가 한달인 최근월물에 거래가 집중되므로 7일보다 크거나 같은 최근월물 옵션을 이용하였다.

변동성과 위험중립분포의 왜도와 침도 모수를 추정하기 위해서 외가격 콜과 풋옵

7) Bakshi, Cao, and Chan(1997, 2000), Kim and Kim(2004) 참조.

8) 김술(2006)의 연구와 동일한 자료 추출 방법을 사용함으로써 결과의 비교를 용이하게 하였다.

9) 무차익거래 조건에서 배당을 고려해야 하나 본 연구의 표본은 만기가 한달 또는 그 이하의 단기옵션이므로 배당의 영향이 작기에 배당을 고려하지 않았다.

션을 이용한다. 이는 외가격 옵션에 거래량의 대부분이 집중되어 있고 또한 특정 행사가격(strike price)을 지닌 내가격 콜옵션은 외가격 풋옵션과 풋·콜 패리티(put-call parity)관계에 의하여 동일하기 때문에 콜옵션의 내가격과 풋옵션의 외가격을 모두 표본에 넣고 모수를 추정할 경우 중복 자료가 이용된다는 단점이 있다.¹⁰⁾ 따라서 본 연구에서는 거래량이 집중되어 있고 콜과 풋옵션 간에 중복된 자료의 가능성이 없는 외가격 콜과 풋옵션만을 이용하여 모수를 추정한다.¹¹⁾ 이는 콜과 풋 옵션 모두에 포함된 정보를 위험중립분포 모수 추정에 이용할 수 있다는 장점이 있다.¹²⁾

자료를 정리한 결과는 <표 1>과 같다. 한국 시장에서는 정재만, 김재근(2005)이 지적인 대로 특히 심외가격(deep out-of-the-money) 옵션 거래가 활발하기 때문에 심외가격옵션이 표본에서 차지하는 비중이 콜옵션은 53% 풋옵션은 63%로 콜과 풋옵션 모두 상대적으로 컸다. 기존 연구의 주 대상인 심외가격 옵션이 충분히 표본에 포함된 것을 알 수 있다. 전체적인 자료에서 풋옵션이 상대적으로 차지하는 비중이 높았지만 그 차이는 크지 않아서 콜옵션과 풋옵션에 포함된 정보를 고르게 포함된 표본을 바탕으로 연구를 진행한다.

<표 1> 옵션자료

본 표는 표본을 콜/풋, 가격도(moneyness)로 나누어 옵션가격평균과 표본의 개수를 계산하였다. 가격도는 S/K로 정의하였고 S는 KOSPI 200 주가지수, K는 옵션의 행사가격을 의미한다. 옵션가격평균은 행사가격 수준 별로 콜, 풋 가격의 합을 개수로 나눈 값이다.

콜옵션			풋옵션		
가격도	옵션가격평균	개수	가격도	옵션가격평균	개수
S/K < 0.94	0.3789	6584	S/K > 1.06	0.3423	8965
0.94 < S/K < 0.96	1.0434	2570	1.03 < S/K < 1.06	1.2689	2184
0.96 < S/K < 1.00	2.3209	3253	1.00 < S/K < 1.03	2.4472	2989
전체	1.0257	12407	전체	0.9304	14138

- 10) 일반적으로 풋옵션은 콜옵션에 비해 Black and Scholes(1973) 옵션가격과 비교하여 큰 값을 가진다. 공매제한(short sale constraint)으로 인한 헤징의 어려움에 의해 풋의 가격이 크다고 생각하고 있으며 이때, 내재분포(implied distribution)는 좌우대칭에서 벗어나고(asymmetry) 왜도의 중요성이 더 크게 관찰될 수 있다.
- 11) 옵션시장의 유동성이 풍부해지고 시장자체도 성숙됨에 따라 등가격옵션도 외가격옵션 못지않게 거래되고 있으며, 실제로 행사가격별로 옵션거래량을 단순 비교해 봐도 월물에 따라서는 등가격옵션이 가장 많이 거래되는 경우도 많다. 이에 따라 외가격, 등가격 등 모든 가격도를 포함한 콜과 풋 옵션 자료를 이용하여 개별적으로 모수를 추정하여 동일한 연구를 수행하였으나 결과의 질적인 차이가 발견되지 않아 본 연구에서는 외가격옵션만을 이용한 결과만을 삽입한다. 본 사항을 지적해 주신 심사위원께 감사드린다.
- 12) 다른 방법은 콜과 풋옵션을 이용하여 개별적으로 모수를 추정하고 이를 이용하여 옵션가격결정 성과를 비교할 수 있다. 즉 일별로 모수가 콜과 풋에 각각 하나씩 두 개를 이용하는 방법이다.

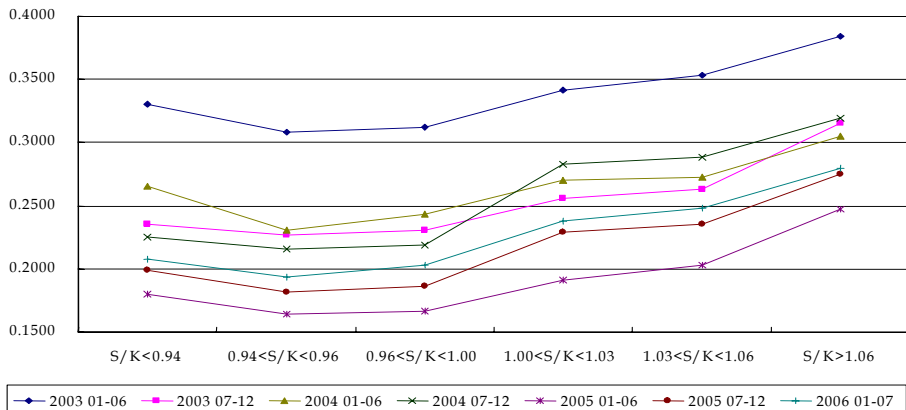
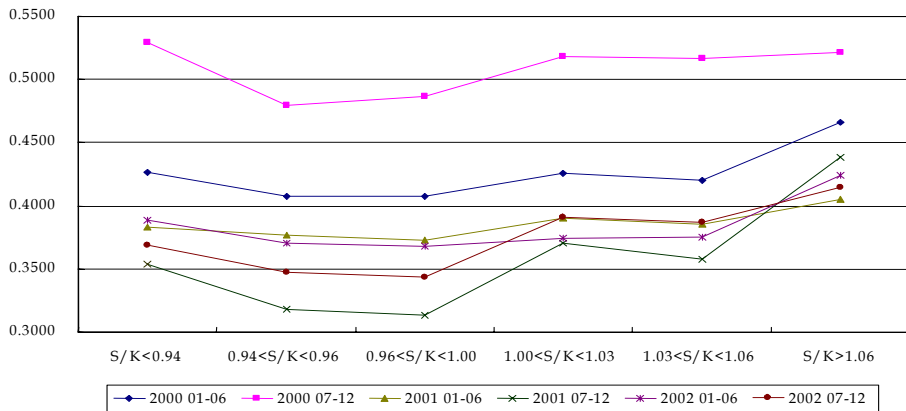
IV. 실증분석 결과

1. 변동성 미소 현상

본 연구에서는 변동성 미소 현상 파악을 위하여 콜과 풋 옵션의 외가격 옵션만을 이용하여 내재변동성(implied volatility)을 계산하였다. 이는 앞에서 지적한 대로 내가격 옵션의 경우 거래량이 미미하여 시장 참가자들의 기대를 거의 반영하지 않고 소

<그림 1> 내재변동성

x축은 S/K를 y축은 Black and Scholes(1973) 모형으로부터 도출된 내재변동성(implied volatility)을 나타낸다. S/K가 1.00이하의 콜옵션의 외가격 옵션, S/K가 1.00이상은 풋옵션의 외가격 옵션으로 도출된 내재변동성을 표시한다. 기간은 년도와 월로 표시하였다. 즉, 2000 01-06은 2000년 1월부터 6월까지를 의미하며 다른 기간도 동일하게 표시한다. 가독성을 위하여 기간을 나누어 두 가지 그림으로 표시하였다.



수의 자료에 의하여 결과에 영향을 받을 수 있어 제외하였다. 즉 행사가격을 KOSPI 200 기초자산의 가격과 행사가격의 비율 즉, S/K로 정의하고 이를 0.94, 0.97, 1.00, 1.03, 1.06의 5개의 간격을 이용하여 S/K가 1.00보다 작은 구간은 콜옵션, 1.00보다 큰 구간은 풋옵션을 이용하여 계산한 후 각 구간별 평균 값을 계산하여 콜과 풋옵션 모두를 이용한 단일 변동성 그래프를 만들었다. 또한 변동성 미소 또는 조소 현상의 유무를 관찰하기 위하여 Kim and Kim(2004, 2005), 김술(2006)의 연구와 같이 전체 표본 기간을 6개월 간격으로 나누었다. 이는 변동성의 수준이 시간에 따라 변하므로 이에 대한 효과를 통제하기 위하여 전체 기간이 아닌 6개월 간격을 사용하는 것이다.

<표 2> 내재변동성

본 표는 옵션가격으로부터 도출된 내재변동성(implied volatility)를 기간별로 정리하였다. 가격도(moneyness)는 S/K로 정의하였고 S는 KOSPI 200 주가지수, K는 옵션의 행사가격을 의미한다. S/K가 1.00이하의 콜옵션의 외가격 옵션, S/K가 1.00이상은 풋옵션의 외가격옵션으로 도출된 내재변동성을 표시한다. 기간은 년도와 월로 표시하였다. 즉, 2000 01-06은 2000년 1월부터 6월까지를 의미하며 다른 기간도 동일하게 표시한다.

	S/K<0.94	0.94<S/K<0.96	0.96<S/K<1.00	1.00<S/K<1.03	1.03<S/K<1.06	S/K>1.06
2000 01-06	0.4263	0.4072	0.4077	0.4261	0.4199	0.4660
2000 07-12	0.5291	0.4799	0.4869	0.5186	0.5169	0.5214
2001 01-06	0.3830	0.3771	0.3726	0.3900	0.3856	0.4051
2001 07-12	0.3540	0.3185	0.3137	0.3702	0.3576	0.4383
2002 01-06	0.3889	0.3705	0.3680	0.3745	0.3753	0.4239
2002 07-12	0.3685	0.3471	0.3437	0.3910	0.3872	0.4150
2003 01-06	0.3307	0.3086	0.3123	0.3415	0.3532	0.3840
2003 07-12	0.2358	0.2265	0.2309	0.2560	0.2634	0.3157
2004 01-06	0.2656	0.2306	0.2431	0.2699	0.2728	0.3051
2004 07-12	0.2252	0.2154	0.2192	0.2827	0.2887	0.3191
2005 01-06	0.1798	0.1640	0.1665	0.1914	0.2028	0.2475
2005 07-12	0.1991	0.1814	0.1864	0.2295	0.2354	0.2747
2006 01-07	0.2079	0.1936	0.2033	0.2377	0.2483	0.2795

<그림 1>과 <표 2>에서 관찰 할 수 있는 것처럼 익히 알려진 대로 내재변동성은 Black and Scholes(1973)의 가정과 달리 행사가격에 대하여 동일하지 않음을 알 수 있다. 또한 변동성과 행사가격 수준과의 그래프는 각 기간별로 변동성 조소(volatility smirk or sneer)현상을 보이고 있음을 알 수 있다. 이는 행사가격이 작은 구간 즉 가격도가 큰 구간의 내재변동성이 다른 구간에 비하여 가장 큰 값을 보임으로써 1987년

미국 주식시장의 대폭락 이후 투자자들의 주가지수 하락에 대한 과도한 경계를 반영한 결과와도 일치한다.¹³⁾ 또한 세부 기간에서도 정도의 차이는 존재하나 변동성 축소 현상이 지속적으로 나타나고 있음을 알 수 있다. 표본의 상반기 즉 2000년부터 2001년까지 보다는 하반기 즉 2002년부터 2005년 하반기까지의 변동성 축소 현상이 더욱 크게 나타나고 있어 최근 들어 변동성 축소 현상이 심해짐을 알 수 있다. 이러한 변동성 축소 현상은 수익률의 위험중립분포를 정규분포로 가정한 Black and Scholes (1973) 모형과는 왜도·첨도가 다름을 의미하며 이들의 옵션가격의 영향을 살펴봐야 할 필요성을 대두시킨다.

2. 모수 추정 결과

본 연구에는 4가지 모형을 비교하기 위하여 모수를 추정한다. 우선 Black and Scholes (1973) 모형의 σ , Corrado and Su(1996) 모형의 μ_3 , μ_4 를 추정한다. 이 외에 왜도와 첨도 변수인 μ_3 , μ_4 의 상대적 중요성을 검증하기 위하여 μ_3 를 0으로 고정시킨 상태에서 σ 와 μ_4 를 추정하는 CS_{kurt} 모형, μ_4 를 3으로 고정 시킨 상태에서 σ 와 μ_3 를 추정하는 CS_{skew} 모형의 모수들을 추정한다. 추정 결과는 <표 3>에 나타나 있다. 전체 기간의 결과를 살펴보면 Corrado and Su(1996) 모형들은(CS_{kurt} , CS_{skew} 모형 포함) 왜도 변수인 μ_3 는 음수이고 첨도 변수인 μ_4 는 3보다 큰 값을 보이며 내재변동성과 행사가격 수준과의 관계에서 행사가격이 낮은 경우 내재변동성이 큰 것으로 나타나는 변동성 축소 현상이 나타난다. 이는 모형에 관계없이 위험중립분포가 음의 왜도와 3보다 큰 첨도를 갖는 실증결과와도 일치한다.

왜도와 첨도의 추정 결과 역시 내재변동성의 경우와 마찬가지로 시간의 경과에 따라 일관된 결과를 보이는지 알아보기 위해 6개월 간격으로 나누어 살펴 보았다. Corrado and Su(1996) 모형의 경우 2000년 하반기와 2002년 상반기를 제외하고는 왜도와 첨도 모두 기간에 관계없이 음의 왜도와 3보다 큰 첨도를 보이고 있으며 CS_{kurt} , CS_{skew} 모형들의 경우 기간에 관계없이 일관되게 음의 왜도와 3보다 큰 첨도를 보인다.

내재변동성의 일관성을 살펴보면 Black and Scholes(1973) 모형과 Corrado and Su (1996) 모형들 간에 σ 값은 큰 차이를 보이지 않음으로써 추정이 잘 되고 있음을 알 수 있다.

13) 이는 주식시장의 실제분포(physical distribution)의 왜도와 첨도를 확인하여야 하나 옵션 시장 참가자들의 생각을 반영한 결과라고 볼 수 있다. 정확한 결론을 위하여는 변석준, 윤선중, 강병진(2007)의 연구와 같이 실제분포를 추정하여 살펴볼 필요가 있다.

<표 3> 모수 추정 결과

본 표는 각 모형들의 추정한 모수(parameter)의 평균값을 기간별로 정리하였다. 괄호안의 값은 표준오차를 의미한다. BS는 Black and Scholes(1973) 모형, CS_{kurt}는 Corrado and Su(1996) 모형에서 왜도 변수를 0으로 가정한 모형, CS_{skew}는 Corrado and Su(1996) 모형에서 첨도 변수를 3으로 가정한 모형, CS는 Corrado and Su(1996) 모형을 의미한다. 기간은 년도와 월로 표시하였다. 즉, 2000 01-06은 2000년 1월부터 6월까지를 의미하며 다른 기간도 동일하게 표시한다.

	BS	CS _{kurt}		CS _{skew}		CS		
	σ	σ	μ_4	σ	μ_3	σ	μ_3	μ_4
2000 01-06	0.4323 (0.0060)	0.4232 (0.0057)	3.8853 (0.1031)	0.4245 (0.0052)	-0.0898 (0.0354)	0.4439 (0.0092)	-0.2430 (0.0485)	4.1685 (0.1896)
2000 07-12	0.5186 (0.0077)	0.5075 (0.0080)	3.4589 (0.0635)	0.5158 (0.0081)	-0.0741 (0.0229)	0.5279 (0.0092)	-0.2547 (0.0301)	3.7535 (0.0699)
2001 01-06	0.3941 (0.0063)	0.3788 (0.0067)	3.7779 (0.0376)	0.3884 (0.0061)	-0.0206 (0.0186)	0.3829 (0.0068)	0.0352 (0.0215)	3.8707 (0.0423)
2001 07-12	0.3561 (0.0075)	0.3353 (0.0071)	4.1712 (0.0517)	0.3631 (0.0075)	-0.0832 (0.0249)	0.3494 (0.0073)	-0.2389 (0.0348)	4.5033 (0.0502)
2002 01-06	0.3973 (0.0038)	0.3759 (0.0035)	4.1477 (0.0501)	0.3917 (0.0036)	-0.1140 (0.0154)	0.3797 (0.0037)	0.1075 (0.0222)	4.2976 (0.0655)
2002 07-12	0.3831 (0.0042)	0.3708 (0.0041)	3.4733 (0.0443)	0.3951 (0.0039)	-0.1582 (0.0158)	0.3804 (0.0038)	-0.2802 (0.0161)	3.7648 (0.0288)
2003 01-06	0.3466 (0.0028)	0.3372 (0.0029)	3.4589 (0.0496)	0.3657 (0.0034)	-0.2539 (0.0119)	0.3570 (0.0037)	-0.4614 (0.0155)	3.9900 (0.0308)
2003 07-12	0.2461 (0.0026)	0.2353 (0.0025)	4.1304 (0.0620)	0.2609 (0.0026)	-0.3770 (0.0161)	0.2485 (0.0025)	-0.4609 (0.0199)	4.3021 (0.0366)
2004 01-06	0.2433 (0.0046)	0.2378 (0.0049)	3.7732 (0.0755)	0.2627 (0.0053)	-0.4017 (0.0170)	0.2614 (0.0066)	-0.6077 (0.0206)	4.1919 (0.0381)
2004 07-12	0.2268 (0.0028)	0.2242 (0.0032)	3.6095 (0.0837)	0.2604 (0.0032)	-0.5271 (0.0210)	0.2590 (0.0029)	-0.8663 (0.0219)	4.7004 (0.0645)
2005 01-06	0.1762 (0.0019)	0.1706 (0.0019)	4.0417 (0.0851)	0.1946 (0.0021)	-0.4668 (0.0203)	0.1944 (0.0042)	-0.6799 (0.0190)	4.7948 (0.1886)
2005 07-12	0.2015 (0.0033)	0.1955 (0.0031)	4.7983 (0.1291)	0.2202 (0.0029)	-0.7519 (0.0353)	0.2139 (0.0027)	-0.7085 (0.0342)	4.5984 (0.0775)
2006 01-07	0.2051 (0.0018)	0.2030 (0.0019)	3.7078 (0.0986)	0.2252 (0.0022)	-0.4767 (0.0214)	0.2279 (0.0027)	-0.7353 (0.0217)	4.5469 (0.375)
전체	0.3144 (0.0029)	0.3044 (0.0028)	3.8827 (0.0234)	0.3256 (0.0027)	-0.2979 (0.0082)	0.3200 (0.0029)	-0.4200 (0.0103)	4.2487 (0.0269)

3. 가격 결정력 검증

가격 오차의 검증은 평균 절대 비율 오차(Mean Absolute Percentage Errors, 이하 MAPE)와 평균 제곱 비율 오차(Mead Squared Percentage Errors, 이하 MSPE) 두 가지를 이용하여 비교한다. 두 오차 정의는 아래 식과 같다.

$$MAPE = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{O_i(t, \tau; K) - O_i^*(t, \tau; K)}{O_i(t, \tau; K)} \right| \quad (3)$$

$$MSPE = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\frac{O_i(t, \tau; K) - O_i^*(t, \tau; K)}{O_i(t, \tau; K)} \right]^2 \quad (4)$$

여기서, $O_i(t, \tau; K)$: 시점 t 의 옵션 i 의 시장 가격이며, $O_i^*(t, \tau; K)$: 시점 t 의 옵션 i 의 모형 가격, N : t 시점에 거래된 옵션의 수, T : 표본 안에 일수

MAPE는 가격 오차의 크기를 측정하고 MSPE는 가격 오차의 변동성을 검증한다. 이 두 가지 오차의 정의를 이용하여 오차들과 0과의 거리는 MAPE가 측정하게 되고 오차들간에 편차는 MSPE가 측정하게 된다. 이 두 측정치 모두에서 우수한 모형, 즉 오차가 평균적으로 0에 가깝고 오차의 편차 또한 작은 모형이 진정으로 우수한 모형이 되는 것이다. 또한 가격도에 따른 가격 오차의 차이를 살펴보기 위하여 내재변동성을 이용한 변동성 미소 현상 검증에서와 같이 가격도를 주가지수/행사가격으로 정의하고 6단계로 구분하여 가격결정 오차를 비교하였다.

3.1 내표본 가격결정력 검증

거래되고 있는 옵션가격의 설명력을 검증하기 위하여 일별로 모수를 추정하고 그 모수를 다시 모형에 입력하여 도출된 모형 가격과 실제 옵션가격을 비교하는 내표본 가격결정 능력을 검증한다. 이는 모형이 현 옵션 시장을 얼마나 잘 설명하고 있는가를 측정하게 된다. <표 4>는 전체 기간에 대하여 각 모형들의 내표본 가격결정 오차를 정리했다.

전체 옵션의 결과를 살펴보면 우선 Corrado and Su(1996) 모형이 가장 작은 MAPE와 MSPE 값을 보이며 내표본 검증에서 가장 우수한 결과를 보였다. 그 뒤를 이어 CS_{skew} 모형 즉, 왜도 모수만을 남겨둔 모형이 Black and Scholes(1973) 모형과 CS_{kurt} 즉 침도 모수만을 남겨둔 모형보다 나은 결과를 보였다. 또한 Black and Scholes(1973)

<표 4> 내표본 가격결정 오차

본 표는 내표본 가격 예측 오차(in-sample pricing error)를 가격도별로 정리하였다. 가격도(moneyiness)는 S/K 로 정의하였고 S 는 KOSPI 200 주가지수, K 는 옵션의 행사가격을 의미한다. BS는 Black and Scholes(1973) 모형, CS_{kurt} 는 Corrado and Su(1996) 모형에서 왜도 변수를 0으로 가정한 모형, CS_{skew} 는 Corrado and Su(1996) 모형에서 첨도 변수를 3으로 가정한 모형, CS는 Corrado and Su(1996) 모형을 의미한다. MAPE(Mean Absolute Percentage Errors)는 평균 절대 가격 비율 오차를 MSPE(Mean Squared Percentage Errors)는 평균 제곱 가격 비율 오차를 의미한다.

	가격도	BS	CS_{kurt}	CS_{skew}	CS
MAPE	$S/K < 0.94$	0.2117	0.1903	0.2046	0.0793
	$0.94 < S/K < 0.96$	0.2071	0.1331	0.2168	0.0673
	$0.96 < S/K < 1.00$	0.1089	0.0599	0.1493	0.0659
	$1.00 < S/K < 1.03$	0.1394	0.1551	0.1065	0.0895
	$1.03 < S/K < 1.06$	0.2396	0.2527	0.1514	0.1010
	$S/K > 1.06$	0.5353	0.4243	0.3274	0.2084
	전체	0.3014	0.2486	0.2251	0.1226
MSPE	$S/K < 0.94$	0.0163	0.0089	0.0099	0.0056
	$0.94 < S/K < 0.96$	0.0762	0.0236	0.0491	0.0151
	$0.96 < S/K < 1.00$	0.1253	0.0510	0.1379	0.0562
	$1.00 < S/K < 1.03$	0.3070	0.3618	0.1644	0.1667
	$1.03 < S/K < 1.06$	0.1916	0.2112	0.0820	0.0461
	$S/K > 1.06$	0.0409	0.0379	0.0186	0.0060
	전체	0.0893	0.0801	0.0546	0.0337

모형보다는 Corrado and Su(1996) 모형들이 우수한 성과를 보이며 왜도·첨도를 고려함이 옵션가격결정의 설명력을 증가시킴을 알 수 있다. 두 번째로 가격도에 따른 가격 오차의 차이는 CS_{kurt} 모형이 CS_{skew} 보다 가격도가 낮은 부분 즉, S/K 가 1보다 작은 부분에서는 더 좋은 성과를 보였고 가격도가 1보다 높은 부분에서는 더 열등한 성과를 보였다. 반면 Corrado and Su(1996) 모형은 모든 가격도에서 가장 우수한 결과를 보임을 알 수 있었다. 즉, Corrado and Su(1996) 모형을 제외하고는 가격도에 따라 CS_{kurt} 모형이 가격도가 낮은 쪽에서 Black and Scholes(1973) 모형보다 우수한 성과를 보였고 CS_{skew} 모형이 가격도가 높은 쪽에서 우수한 성과를 보임을 알 수 있었다. 즉, 이는 주가지수옵션에서 Black and Scholes(1973) 모형의 가격 오차가 큰 것으로 알려진 즉 가격도가 높은 옵션에서 CS_{skew} 모형, 즉 왜도만을 고려한 모형이 더 나은 성과를 보임으로써 CS_{skew} 모형이 더욱 유용할 수 있음을 암시한다. 마지막으로 모든 모형은 S/K 가 1.06보다 큰, 즉 K 가 가장 작은 쪽에서 가장 큰 가격 오차를 보이고 있음을 알 수 있었다. 이 역시 내재변동성과 행사가격 수준과의 그래프에서 행사

가격이 낮은 경우 내재변동성이 큰 것으로 나타나는 변동성 조소 현상과 일치하는 것으로 Corrado and Su(1996) 모형이 가장 좋은 성과를 보이기는 하나 여전히 Black and Scholes(1973) 모형의 변동성 조소 현상을 완벽하게 해결하지 못했음을 알 수 있다.

내표본 가격결정력 검증에서 Corrado and Su(1996) 모형이 가장 좋은 성과를 보이는 것은 당연한 결과이다. 회귀분석에서 독립변수가 많아지면 R^2 값이 자동적으로 커지는 것처럼 모수의 증가는 내표본 가격 오차를 감소시키는 것은 당연하다. 즉 이에 따른 결과 해석의 오류를 검증하기 위하여 다음 절에서는 모수를 추정된 표본과 추정된 모수를 적용하여 모형가격을 계산한 표본을 달리 하여 모형의 가격 예측력을 검증하는 외표본 가격결정력 검증을 실시한다.

3.2 외표본 가격결정력 검증

내표본 가격결정력 검증은 모수의 개수에 따라 결과를 쉽게 예측할 수 있으며 자료에 대한 과적합(overfitting) 문제에 의하여 왜곡될 수 있다. 즉, 우수한 내표본 가격결정력은 단순히 모수 개수의 증가에 따른 것일 수 있는 것이다. 이러한 결론의 오류 가능성을 배제하기 위하여 본 연구에서는 외표본 가격결정력을 검증한다. 외표본 가격결정에서는 실제로 증가하는 모수가 과적합 문제를 야기시킬 수 있다. 또한 추정된 모수들의 시간에 대한 안정성을 평가하는 목적도 지니고 있다. 기간에 따른 모수들의 안정성을 검토하기 위하여 본 연구에서는 1일과 1주일 외표본 가격결정 오차를 검증한다. 즉, 오늘 추정된 모수들을 이용하여 1일 후 또는 1주일 후 옵션 모형 가격 계산을 하여 실제 옵션 시장 가격과의 오차를 계산한다.

<표 5>와 <표 6>은 전체 표본 기간에서 여러 모형들의 1일과 1주일 외표본 가격결정 오차를 나타낸다. 우선 1일 외표본 가격 오차를 살펴보면, 내표본 가격 오차와 마찬가지로 Corrado and Su(1996) 모형이 가장 우수한 결과를 보임을 알 수 있다. 뒤를 이어 CS_{skew} , CS_{kurt} 모형 순으로 좋은 성과를 보이고 있다. 1주일 외표본 가격 오차 또한 마찬가지로의 결과를 보인다. 또한 Corrado and Su(1996) 계열의 세가지 모형 모두 Black and Scholes(1973) 모형보다 나은 성과를 보이며 왜도와 첨도의 고려가 Black and Scholes(1973) 모형의 가격결정 오류를 개선함을 알 수 있었다. 두 번째로 가격도에 따른 결과의 차이는 내표본의 경우와 마찬가지로 Corrado and Su(1996) 모형이 전 영역에서 가장 우수한 결과를 보였고 CS_{kurt} 모형이 가격도가 낮은 쪽에서 Black and Scholes(1973) 모형보다 우수한 성과를 보였고 CS_{skew} 모형이 가격도가 높은 쪽에서 우수한 성과를 보임을 알 수 있었다. 세 번째로 내표본에서 외표본으로 전

환됨에 따라 가격 오차는 급격히 커짐을 알 수 있다. 가장 좋은 모형인 Corrado and Su(1996) 모형 경우만을 살펴보다도 내표본에서 MAPE와 MSPE가 12.26%, 3.37% 였는데 1일 외표본 검증에서는 21.84%, 5.75%, 1주일 외표본 검증에서는 32.61%, 9.80%로 증가함을 알 수 있었다. 즉 과적합 문제로 인하여 외표본에서는 기간이 증가함에 따라 오차가 증가함을 알 수 있었다. 또한 이는 기간이 길어짐에 따라 시장의 참가자들의 모수에 대한 의견이 변하게 되어 모수들의 안정성도 확보되지 못함을 짐작할 수 있다. 네 번째로 모형들의 성과 차이 또한 감소함을 알 수 있었다. Black and Scholes(1973) 모형과 가장 우수한 결과를 보이는 Corrado and Su(1996) 모형의 MAPE와 MSPE 값의 비율은 내표본에서 2.46과 2.65였던 것이 외표본으로 옮겨감에 따라 1일 외표본 검증에서는 1.58, 1.85로 1주일 외표본에서는 1.29, 1.47로 감소하였다. 즉 내표본의 결과와 마찬가지로 여전히 Corrado and Su(1996)모형이 Black and Scholes (1973) 모형에 비하여 나은 결과를 보이고 있지만 외표본 예측의 기간이 증가함에 따라 모형간의 차이가 감소함을 알 수 있었다.

<표 5> 1일 외표본 가격결정 예측 오차

본 표는 1일 외표본 가격 예측 오차(1-day ahead out-of-sample pricing error)를 가격도별로 정리하였다. 가격도(moneyness)는 S/K로 정의하였고 S는 KOSPI 200 주가지수, K는 옵션의 행사가격을 의미한다. BS는 Black and Scholes(1973) 모형, CS_{kurt}는 Corrado and Su(1996) 모형에서 왜도 변수를 0으로 가정한 모형, CS_{skew}는 Corrado and Su(1996) 모형에서 첨도 변수를 3으로 가정한 모형, CS는 Corrado and Su(1996) 모형을 의미한다. MAPE(Mean Absolute Percentage Errors)는 평균 절대 가격 비율 오차를 MSPE(Mean Squared Percentage Errors)는 평균 제곱 가격 비율 오차를 의미한다.

	가격도	BS	CS _{kurt}	CS _{skew}	CS
MAPE	S/K < 0.94	0.3341	0.3371	0.3341	0.2477
	0.94 < S/K < 0.96	0.2542	0.1923	0.2555	0.1440
	0.96 < S/K < 1.00	0.1274	0.0858	0.1628	0.0904
	1.00 < S/K < 1.03	0.1463	0.1641	0.1203	0.1099
	1.03 < S/K < 1.06	0.2502	0.2620	0.1799	0.1458
	S/K > 1.06	0.5474	0.4533	0.3534	0.3167
	전체	0.3457	0.3071	0.2757	0.2184
MSPE	S/K < 0.94	0.0338	0.0243	0.0307	0.0224
	0.94 < S/K < 0.96	0.1161	0.0567	0.0970	0.0540
	0.96 < S/K < 1.00	0.1545	0.0808	0.1778	0.0868
	1.00 < S/K < 1.03	0.3287	0.3941	0.1947	0.2148
	1.03 < S/K < 1.06	0.2083	0.2257	0.1064	0.0765
	S/K > 1.06	0.0461	0.0416	0.0282	0.0185
	전체	0.1066	0.0968	0.0786	0.0575

<표 6> 1주일 외표본 가격결정 예측 오차

본 표는 1주일 외표본 가격 예측 오차(1-week ahead out-of-sample pricing error)를 가격도별로 정리하였다. 가격도(moneyness)는 S/K로 정의하였고 S는 KOSPI 200 주가지수, K는 옵션의 행사가격을 의미한다. BS는 Black and Scholes(1973) 모형, CS_{kurt} 는 Corrado and Su(1996) 모형에서 왜도 변수를 0으로 가정한 모형, CS_{skew} 는 Corrado and Su(1996) 모형에서 첨도 변수를 3으로 가정한 모형, CS는 Corrado and Su(1996) 모형을 의미한다. MAPE(Mean Absolute Percentage Errors)는 평균 절대 가격 비율 오차를 MSPE(Mean Squared Percentage Errors)는 평균 제곱 가격 비율 오차를 의미한다.

	가격도	BS	CS_{kurt}	CS_{skew}	CS
MAPE	S/K < 0.94	0.5212	0.5547	0.5147	0.4404
	0.94 < S/K < 0.96	0.3363	0.2895	0.3344	0.2426
	0.96 < S/K < 1.00	0.1680	0.1331	0.1969	0.1378
	1.00 < S/K < 1.03	0.1697	0.1817	0.1500	0.1387
	1.03 < S/K < 1.06	0.2780	0.2842	0.2348	0.2035
	S/K > 1.06	0.5776	0.5116	0.4379	0.4204
	전체	0.4222	0.4019	0.3686	0.3261
MSPE	S/K < 0.94	0.0642	0.0471	0.0676	0.0511
	0.94 < S/K < 0.96	0.1736	0.1064	0.1663	0.1092
	0.96 < S/K < 1.00	0.2472	0.1702	0.2813	0.1779
	1.00 < S/K < 1.03	0.3754	0.4534	0.2725	0.2863
	1.03 < S/K < 1.06	0.2447	0.2637	0.1614	0.1280
	S/K > 1.06	0.0611	0.0547	0.0451	0.0325
	전체	0.1441	0.1322	0.1268	0.0980

마지막으로 왜도와 첨도의 상대적인 중요성을 살펴보면 내표본의 경우와 마찬가지로 전체 옵션에서는 CS_{skew} 모형이 CS_{kurt} 모형보다 더 나은 성과를 보임으로써 왜도가 옵션가격결정에 더 중요한 요소임을 말해주고 있다. 하지만, 이는 세부 가격도에 따라 순서가 바뀌므로 단순히 오차의 평균 또는 오차 제곱의 평균만으로는 확실한 결론을 내릴 수가 없다. 따라서 이에 대한 자세한 분석을 위하여 오차들간의 크기에 통계적 유의성을 검증하는 t검정을 실시하여 두 모형간에 비교를 한다.

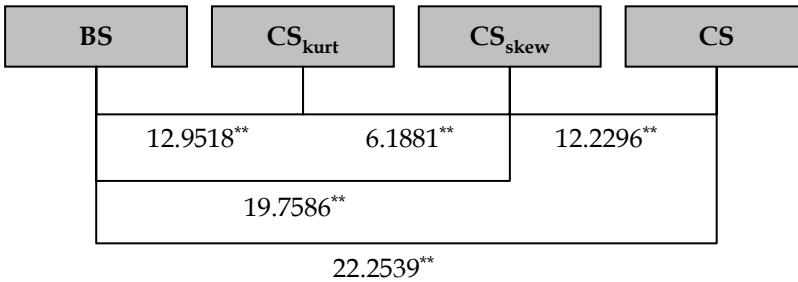
3.3 가격오차의 t-검정

모형들간에 통계적 우수성을 검증하기 위하여 본 절에서는 오차의 차이에 대하여 t검정을 실시한다. t-검정결과 <그림 2>에서 볼 수 있는 것처럼 Black and Scholes (1973) 모형에 비하여 Corrado and Su(1996) 모형이 가장 큰 t 값을 보이며 개선 효과가 가장 뛰어남을 알 수 있다. 이는 1일과 1주일 가격 오차에서 모두 일치한다. 단,

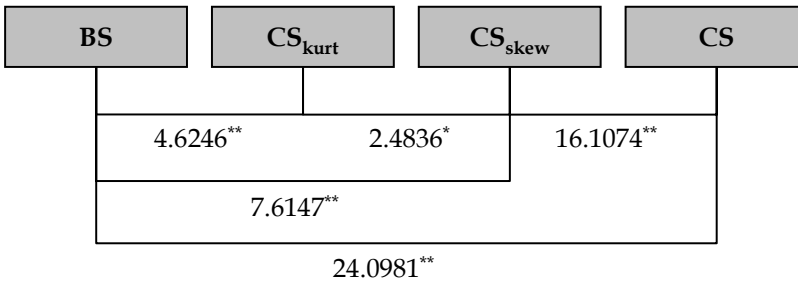
<그림 2> 외표본 가격 오차 t검정

다음 값들은 모형들간의 절대 비율 오차(Absolute Percentage Pricing error)의 차이에 대한 t 통계량 값이다. BS는 Black and Scholes(1973) 모형, CS_{kurt} 는 Corrado and Su(1996) 모형에서 왜도 변수를 0으로 가정한 모형, CS_{skew} 는 Corrado and Su(1996) 모형에서 첨도 변수를 3으로 가정한 모형, CS는 Corrado and Su(1996) 모형을 의미한다. *, **는 각각 5%와 1% 유의수준에서 유의함을 의미한다.

가. 1일 외표본 가격 오차



나. 1주일 외표본 가격 오차



평균가격오차 즉 MAPE 관점에서 살펴볼 때에는 Black and Scholes(1973) 모형에 비하여 가격 오차의 개선 정도가 1주일 외표본 예측에서 1일의 경우보다 약해진 것으로 나타났으나 t검정에서는 22.2539에서 24.0981로 개선 정도가 더 강해졌음을 알 수 있다. 또한 CS_{skew} , CS_{kurt} 두 모형 간의 비교 결과는 Black and Scholes(1973) 모형 대비 개선 효과의 경우 1일의 경우 12.9518과 19.7586, 1주일의 경우 4.6246과 7.6147로 CS_{skew} 모형의 개선 효과가 t검정에서 더 큰 것으로 나타나 앞의 결과와 일치하게 왜도를 고려한 CS_{skew} 모형이 더 나은 결과를 보인다. 두 모형간의 직접 비교에서도 1일은 6.1881과 1주일 2.4836로 CS_{skew} 모형이 훨씬 나은 결과를 보임을 알 수 있었다. 단, 1주일 외표본 가격 오차에서는 차이가 줄어들음을 알 수 있다.

결론적으로 Black and Scholes(1973) 모형 대비 왜도와 첨도를 모두 자유변수로 놔두고 추정된 Corrado and Su(1996) 모형이 가장 우수한 성과를 보이고 왜도와 첨도 두 특성 중에서는 첨도를 정규분포와 같이 3으로 두고 왜도와 변동성을 모수로 추정

한 CS_{skew} 모형이 CS_{kurt} 모형 보다 더 나은 성과를 보임으로써 김술(2006)의 연구결과와 마찬가지로 왜도가 더 중요한 요소임을 확인할 수 있었다.

V. 결 론

본 연구는 Corrado and Su(1996) 옵션 가격결정 모형을 이용하여 위험중립분포 왜도와 첨도의 옵션 가격결정에 대한 상대적 영향력을 검증하였다. 기존 김술(2006)의 연구에서는 Black and Scholes(1973) 옵션 모형을 이용한 가격 오차를 모수적, 비모수적 방법으로 추정한 왜도·첨도와 가격 오차를 회귀 분석하여 상대적 영향력을 간접적으로 검증하였으나 본 연구에서는 Corrado and Su(1996) 옵션 가격결정 모형에서의 왜도·첨도 모수를 각각 0과 3으로 설정해 놓고 옵션 가격결정 오차를 직접 비교한다. 즉 왜도·첨도를 모두 고려한 모형, 왜도 만을 고려한 모형, 첨도 만을 고려한 모형 세가지 모형을 Black and Scholes(1973) 모형과 비교하여 왜도·첨도의 옵션 가격결정에서의 상대적 중요성을 검증한다. 결과적으로 왜도·첨도를 모두 고려한 모형이 가장 우수한 성과를 보였으며 왜도 만을 고려한 모형이 첨도 만을 고려한 모형에 비하여 우수한 가격결정 성과를 보였다. 이는 위험중립분포의 왜도·첨도를 고려함이 옵션 가격결정의 개선에 기여함을 의미하여 특히 왜도가 옵션 가격결정에 상대적으로 더 중요한 요소임을 알 수 있다. 이는 김술(2006)의 연구와도 일치하는 결과라 할 수 있다.

이를 통하여 KOSPI 200 옵션 시장에서는 위험중립분포의 왜도를 고려함이 옵션 가격결정에 더 중요한 요소임으로 향후 연구에서도 왜도를 모형화 하는 연구에 더욱 집중해야 함을 말해준다고 할 수 있다. 또한 이는 주가지수 옵션의 경우 변동성 미소 현상 보다는 변동성 조소 현상이 강하게 나타나는 기존 연구결과와도 일치한다. 추후 연구에서는 옵션 가격결정 모형 선택 시 가격결정과 더불어 또 하나의 선택기준이 되는 헤징(hedging) 성과 관점에서도 모형의 우열을 가려볼 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

- 김 술, “위험중립분포 왜도, 첨도의 옵션가격결정에 대한 영향력,” 『선물연구』, 14, 2006, 31-56.
- 변석준, 윤선중, 강병진, “KOSPI 200 지수 옵션 시장의 변동성 스프레드와 위험회피도,” 2007년 경영관련학회 통합학술대회, 2007.
- 정재만, 김재근, “개인투자자의 옵션매매 성과와 형태,” 『선물연구』, 13, 2005, 99-127.
- Bakshi, G. S., C. Cao, and Z. W. Chen, “Empirical Performance of Alternative Option Pricing Models,” *Journal of Finance*, 52, 1997, 2003-2049.
- Bakshi, G. S., C. Cao, and Z. W. Chen, “Pricing and Hedging Long-term Options,” *Journal of Econometrics*, 94, 2000, 277-318.
- Bakshi, G. S., N. Kapadia, and D. Madan, “Stock Return Characteristics, Skew Laws, and the Differential Pricing of Individual Equity Options,” *Review of Financial Studies*, 16, 2003, 101-143.
- Bates, D., “Post-’87 Crash Fears in the S&P 500 Futures Option Market,” *Journal of Econometrics*, 94, 2000, 181-238.
- Black, F. and L. Scholes, “The Pricing of Options and Corporate Liabilities,” *Journal of Political Economy*, 81, 1973, 637-659.
- Brown, C. and D. Robinson, “Skewness and Kurtosis Implied by Option Prices : a Correction,” *Journal of Financial Research*, 25, 2002, 279-282.
- Corrado, C. J. and T. Su, “Skewness and Kurtosis in S&P 500 Index Returns Implied by Option Prices,” *Journal of Financial Research*, 19, 1996, 175-192.
- Kim, I. J. and S. Kim, “On the Usefulness of Implied Risk Neutral Distributions : Evidence from Korean KOSPI 200 Index Options Market,” *Journal of Risk*, 6, 2003, 93-110.
- Kim, I. J. and S. Kim, “Empirical Comparison of Alternative Stochastic Volatility Option Pricing Models : Evidence from Korean KOSPI 200 Index Options Market,” *Pacific-Basin Finance Journal*, 12, 2004, 117-142.
- Kim, I. J. and S. Kim, “Is It Important to Consider the Jump Component for Pricing and Hedging Short-tem Options?,” *Journal of Futures Markets*, 25, 2005, 989-1009.
- Rubinstein, M., “Implied Binomial Trees,” *Journal of Finance*, 69, 1994, 771-818.

Skewness or Kurtosis? : Using Corrado and Su(1996)'s Model

Sol Kim

< Abstract >

For the KOSPI 200 index options market, we examine the power of influence on pricing options of the skewness and the kurtosis of the risk neutral distribution. We compare the Black and Scholes(1973) model which does not consider the skewness or the kurtosis of the risk neutral distribution with Corrado and Su(1996)'s model which consider both the skewness and the kurtosis and the models which consider only the skewness or the kurtosis. It is found that Corrado and Su(1996)'s model which consider both skewness and kurtosis shows the best performance closely followed by the model which consider only the skewness for the in-sample pricing and the out-of-sample pricing. As a result, it contributes to pricing options to consider both skewness and kurtosis and the skewness is more important factor for pricing options than the kurtosis.

JEL classification : G13

Keywords : Option Pricing, Skewness, Kurtosis, Risk-neutral Distribution