

옵션시장의 과잉반응에 관한 연구: 1997-1998년 외환위기를 전후하여¹

김 솔²

논문초록

본 연구는 외환위기를 전후하여 한국 옵션 시장에서의 과잉반응가설을 검증하였다. 연구 결과 옵션의 내재변동성 프로세스를 AR(1)으로 추정한 후 내재변동성의 만기구조를 검증하여 옵션시장의 과잉반응의 증거를 찾아낼 수 있었다. AR(1)프로세스의 가정을 통해 최근월물과 근월물의 내재변동성에 대한 이론적인 선형 모형이 도출되는데 이 모형을 실제 시장의 자료를 통해 회귀 분석한 결과와 비교했을 때 평균회귀(mean-reverting)모형의 특성을 보이지 않고 최근월물과 근월물의 변동성이 거의 같은 크기로 움직인다는 사실을 알 수 있었다. 즉, 최근에 들어온 정보에 과잉반응을 보여 최근월물과 근월물 내재 변동성의 평균과의 편차, 즉 정보의 효과가 거의 같은 크기를 보인다는 것이다.

모형의 강건성(robustness)을 검증하기 위하여 Diz and Finucane(1993)이 Stein(1989)의 실증분석 방법을 부정하고 잔차에 관한 모형 설정을 달리한 방법은 한국시장에서는 기각되었다. 또한, Campbell and Shiller(1984)가 이자율의 잔존만기구조에 사용한 방법으로 내재변동성의 프로세스에 관한 가정 없이 검정한 결과는 AR(1)의 가정 하에서 내린 결론과 같이 통계적으로 유의한 과잉반응의 결론을 보여주었다. 결과적으로 외환위기를 전후하여 한국옵션시장에서는 투자자들의 과잉반응 현상이 관찰됨을 알 수 있다.

주제어 : 블랙숄즈, 옵션, 과잉반응, 평균회귀, 외환위기

I. 서 론

지금까지의 재무이론은 자본시장이 효율적이라는 가정 하에서 성립하고 있다. 효율적 시장 가설의 핵심은 자산의 균형가격이 가격결정에 이용되는 모든 정보를 완전히 반영한

1 이 연구는 2008학년도 한국외국어대학교 교내학술연구비의 지원에 의하여 이루어진 것임.

2 한국외국어대학교 경영학부 교수. 130-791 서울 동대문구 이문동 270. tel: 02-2173-3124, e-mail: solkim@hufs.ac.kr

다는 정보의 효율성에 있다. 그러나 실제 시장 가격은 정보를 효율적으로 반영하지 못하고 있다. 특히 한국과 같이 변동성이 크고 제도적 규제가 많은 시장의 시스템으로 인하여 정보의 효율성이 낮은 경우에는 새로 시장에 흡수된 정보가 가격에 적절하게 반영되지 못하게 된다. 이러한 비효율성을 나타내는 하나의 예로서 새로운 정보에 대한 투자자들의 과잉반응(overreaction)을 들 수 있다.³ 지금까지 이에 관련된 연구들은 투자자들이 최근 정보를 지나치게 강조하는 체계적인 경향을 가지고 있다는 사실을 보여주었다.

이 논문은 옵션시장에서 이러한 과잉반응의 증거들을 찾는데 목적이 있다. 그러나 실제적으로 옵션 시장은 이러한 비효율성이 잘 나타나지 않는 시장으로 여겨지고 있다. 즉, 시장이 비효율성이 존재하는 경우 변동성(volatility)이 알려지면 채권과 기초자산(underlying asset)을 통해 무위험 수익(riskless profit)을 얻을 수 있게 되어 시장의 비효율성은 금세 사라지게 된다. 그러나 변동성이 실제적으로 알려져 있지 않고 시간에 따라 변하게 됨으로써 옵션시장 또한 이러한 과잉반응 시장의 예가 될 수 있을 것이다. 이러한 가정 하에 옵션 내재변동성의 만기구조가 합리적 기대와 일치하는지 여부에 관한 검정을 할 수 있는 것이다. 변동성이 20%의 평균을 가지고 있고 이러한 변동성은 시장에 들어온 정보에 의해 움직이게 되지만 평균으로 회귀하는 특성을 지닌다고 생각해 보자. 만약 잔존 만기가 한 달인 옵션이 현재 30%의 내재변동성을 가지고 있다면 잔존만기가 두 달인 옵션의 내재변동성은 평균회귀 모수에 의해 결정된 수준으로 다소 낮아져야 한다. 반대로 잔존 만기가 한 달인 옵션이 10%의 내재변동성을 보인다면 잔존만기가 두 달인 옵션의 내재변동성은 다소 높아져야 한다.

본 연구의 결과는 내재변동성의 만기구조에 관한 합리적 기대 가설을 부정하고 있다. 변동성에 대한 충격(shock)이 빠르게 사라짐에도 불구하고 시장 참가자들은 옵션의 가격 책정 시 이러한 점을 충분히 고려하고 있지 않다는 것이다. 즉, 잔존만기가 긴 옵션의 내재변동성은 잔존만기가 짧은 옵션의 내재변동성과 거의 같은 크기로 움직이는 것이다.⁴ 실제 이러한 변동성에 대한 과잉반응을 통해 주식이나 채권처럼 옵션의 가격이 크게 변하는 것은 아니다. 그러나 본 연구는 다음과 같은 두 가지 이유에서 그 의미를 찾을 수 있다.

첫째, 옵션가격결정 모형에서는 다른 변수들 즉 주식의 가격, 이자율, 잔존만기 등은 외생변수로서 주어졌다고 생각할 수 있다. 하지만 변동성만이 유일하게 미정인 변수이므로

3 새로운 정보에 대한 과잉반응이 비효율적인 가격을 만드는 유일한 길은 아니다. 정보와 상관관계가 없는 순수한 무작위 잡음(random noise) 또한 과잉 변동성을 야기 시킬 것이다.

4 시장참가자들은 과거의 자료를 통하여 잔존만기가 짧은 옵션의 내재변동성에 대한 변화(innovation)가 빠르게 사라짐을 알고 있으면서도 이 변화에 너무 많은 관심을 둔다.

옵션가격의 변화를 야기 시키는 유일한 내생변수가 되는 것이다.⁵ 그러나 주식이나 채권의 가격은 위험프리미엄(risk premium)을 포함한다. 그래서 여러 실증 연구들은 주식과 채권 시장에서 나타나는 비합리적인 변동성은 시간 변동 균형 수익률(time-varying equilibrium rate of return)에 대한 시장의 합리적 반응이라고 해석하지만 사실상 이러한 요구 수익률(required rate of return)은 관찰할 수 없기 때문에 명확한 결론을 내리기가 곤란해진다.⁶ 그러나 이러한 모호함은 위험에 관하여 어떠한 가정도 필요 없는 옵션의 가격책정에서는 나타나지 않는다. 두 번째로 내재변동성의 만기구조에 관한 비합리성이 새로운 정보에 대한 과잉반응의 유일한 원인이라는 점이다. 이러한 점은 잔존만기가 긴 옵션을 합리적으로 가격책정을 할 때 더욱 의미 있다고 할 수 있다. 즉 잔존만기가 긴 옵션의 가격 책정을 할 때는 잔존만기가 짧은 옵션의 내재변동성이 유일한 정보가 되는 것이다. 물론 잔존만기가 짧은 옵션의 변동성 프로세스를 유도하는 요인이 다른 정보가 될 수 있으나 그것은 객관적으로 주어진 것이라 생각되어 지므로 중요한 요인은 될 수 없다. 결국 이러한 이유로 실제 잘못된 가격 책정(mispricing)의 크기가 작다 하더라도 변동성의 잔존만기구조를 살펴보는 일은 의미 있는 작업이라 할 수 있을 것이다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 1장은 서론 부분으로 연구의 목적과 의의를 서술한다. 2장에서는 과잉반응 가설과 내재변동성에 관련된 이론적 고찰을 다룬다. 과잉반응가설, 내재변동성의 정의, 여러 행사가격, 잔존만기에서 나오는 내재변동성 중에서 어떤 것을 변동성의 추정치로 사용하는 것이 좋은가에 관한 이야기를 한다. 또한 Hull and White(1987)의 추계적 변동성 하에서의 옵션의 가격 결정 모형을 다루고 Brenner and Subrahmanyam (1988)의 내재변동성의 근사해를 구한 방법을 살펴본다. 또한 마지막 절에서 변동성과 관련된 여러 실증 연구들을 살펴본다. 3장에서는 한국시장에서의 자료를 통해 실증분석을 한다. 이 장에서는 변동성의 프로세스를 평균으로 회귀하는 1차 자기상관 모형(이하 AR(1))으로 가정하여 Stein(1989)의 방법론을 통해 과잉반응의 증거를 찾는다. 또한, Stein(1989)의 방법론에서 잔차에 관한 가정에 이의를 제기한 Diz and Finucane(1993)의 모형 설정에 관한 검정을 해 본다. 또한, 위의 두 가지 모형 설정과는 달리 변동성의 프로세스에 관한 가정이 필요 없는 Campbell and Shiller(1984)의 모형을 사용하여 과잉반응을 분석한다. 4장에서는 본 연구의 검정결과를 정리하고 연구의 한계점에 관하여 요약한다.

5 사람들은 이러한 이유로 옵션시장을 변동성에 대한 시장이라고도 부른다.

6 Fama and French(1988)에 의하면 주가의 예측력이 시장의 비효율성을 반영하는지 아니면 합리적인 시간변동균형수익률을 반영하는지에 관한 문제는 해결되지 않는 채 남겨져 있고 사실상 앞으로도 해결할 수 없는 것이라고 결론지었다.

II. 기존 연구 고찰

2.1 과잉반응가설

인간의 의사결정행동에 있어서 합리적이라는 개념은 전통적인 경제이론의 기본적인 가정이었으며 최근에 이르러 이 개념은 시장 메커니즘이나 거시적 경제측면에서도 적용되어 합리적 기대가설을 등장시켰다. 이러한 인간행동의 합리적 기대가설이 시간과 불확실성이라는 현실과 조합하여 기대효용이론과 베이지안 의사결정가설(Bayesian Hypothesis)을 형성시켰다. 이는 개인의 선택행동과 시장의 균형이론을 연구하는 데에 크게 기여했다. 즉, 합리성의 가설은 개인의 선택 행동의 기준이 효용과 그 사건이 일어날 확률을 함께 생각한 주관적 기대효용의 극대화라는 것이다.

그러나 이러한 인간행동의 합리성 가정에 대한 부정적인 연구결과가 인지심리학(cognitive psychology)분야에서 제기되었다. Kahneman and Tversky(1982)는 경제학자들이 전통적으로 합리적이라고 가정했던 투자자들의 의사결정에 대해 의문을 제기했다. 그들의 연구에서 투자자들은 불확실한 사건의 확률이나 가치를 평가할 때 복잡한 판단과정을 간단하게 만들어주는 휴리스틱(heuristic)의 원칙에 의존한다고 했다. 단순하게 사람들은 합리적이지 않다는 사실이 아니라 불확실성 하에서의 판단이 어떤 방식으로 합리적인 모형을 벗어나는지에 관한 패턴을 알려주었다. 그들에 의해 명시된 불확실성 하에서의 판단의 가장 폭넓게 연구된 패턴중의 하나는 ‘대표성 휴리스틱(representativeness heuristic)’이라고 부르는 것이다. 합리적 가설에 의하면 투자자는 모든 정보를 활용하지만 Kahneman and Tversky(1982)는 투자자들이 최근 정보에 과잉 반응한다는 사실을 밝혀냈다. 즉, 합리적 기대가설에 기초한 판단과정이 새로운 정보에 반응하는 개인의 투자행태를 나타내기에는 적절하지 않다는 주장이다. 새로운 정보에 근거하여 믿음이나 예측을 수정하는 경우에 인간은 의사결정시점에 가까운 정보에 과다한 비중을 두게 되고 그 이전의 경제 정보나 그 이후의 예측 정보에 대해서는 가중치를 덜 주는 경향을 일관되게 보인다는 주장이다. 이는 인간의 행동이 합리적 기대가설을 따르지 않고, 대표치에 근거한 휴리스틱 방법을 따르고 있음을 말해준다. 따라서 인간의 선택행동이 비합리적이므로 그 결과 정보에 대해 인식적 오류를 가지며 주가가 인식오류에 의한 과잉반응을 반영하고 있다는 것이다.

자본시장과 관련하여 특히 관심을 끌고 있는 것이 정보에 대한 과잉반응현상이다. DeBondt and Thaler(1985)를 필두로 여러 연구들에 의해 정보에 대한 과잉반응현상을 현 실증권시장에 적용하여 주가의 기복현상을 설명하려는 의도가 이루어지고 있으며 이에 따라 생성된 개념이 주가의 과잉반응가설이다. 즉 특정시점에서 어떤 정보가 진정한 가치보다는 과대하게 평가되어 주가에 반영되고 그에 따라 초과이윤이 발생하였다면, 다음 시점에서는 그에 대한 반작용으로 주가조정이 이루어져 반대의 초과손실 현상이 나타남을 의미하는 것이다. 주식시장의 경우 반전현상에 관하여 효율적 자본시장의 틀 내에서 반전효과를 검증하려는 연구와 자본시장의 비효율성을 전제로 반전효과를 투자자의 과잉반응의 결과로 해석하려는 연구가 양립되고 있다. 먼저 효율적시장의 틀 내에서 주식수익률의 반전현상은 체계적 위험 변화로 인한 기대수익률의 변화과정에서 나타날 수 있다는 것이다.⁷ 반면 시장의 비효율성을 주장하는 수익률의 반전현상 연구는 새로운 정보에 대하여 주가가 과잉반응 한다는 과잉반응가설에 기초하고 있다. 그러나 주식의 경우 이러한 기대수익률은 관찰할 수 없기 때문에 명확한 결론을 내리기가 곤란해진다. 이러한 모호함은 위험에 관하여 어떠한 가정도 필요 없는 옵션의 가격책정에서는 나타나지 않아 옵션시장에서 나타나는 비효율성은 과잉반응 현상으로 결론지을 수 있을 것이다. 그러나 이러한 시장 효율성의 검정에서 연구자들을 가장 어렵게 하는 점은 결합가설(Joint Hypothesis)의 문제이다. 결합가설(Joint Hypothesis)의 문제는 시장효율성 검증에 있어서 효율성 검증과 동시에 검증에 사용된 자산균형모형(Asset Pricing Model)의 적합성 여부가 동시에 검증되어야 함을 의미한다. 그럼에도 불구하고 지속적인 연구가 필요한 것은 이러한 연구가 우리들로 하여금 주식시장이나 옵션시장의 행태를 기술하고 이해하는 능력에 기여하는 바가 크기 때문이다.

2.2 내재변동성

2.2.1 정의

Black and Scholes(1973)와 같은 옵션가격 결정 모형은 기초자산의 가격, 기초자산의 변동성과 옵션 가치에 영향을 주는 다른 모수들 - 옵션의 행사 가격, 잔존 잔존만기, 이자율, 기초자산의 배당률 - 과 관련되어 있다. 이러한 값들이 주어졌다고 가정하면 가격 결정

7 하나의 예로서 주가가 떨어짐으로 인해 CAPM의 β 가 높아지고 이로 인해 차기에 수익률이 오른다는 설명이 있음.

모형은 기초 자산의 변동성의 함수라고 생각할 수 있다. 즉, 옵션의 시장 가격을 옵션 가격 결정 모형에 대입하여 역산한 기초 자산의 변동성을 구할 수 있는 것이다. 이처럼 기초자산의 변동성에 대한 시장의 평가치를 옵션의 내재변동성이라고 한다.

전통적으로 내재변동성은 Black and Scholes(1973)의 모형이나 Cox, Ross and Rubinstein(1979)의 이항 모형에 의해 구해진다. 본 연구에서는 한국증권전산원(주)의 CM-TIMS 소프트웨어에 의해 배당을 고려해준 Cox, Ross and Rubinstein(1979)의 방법을 사용했다. 또한, Black and Scholes(1973)의 식이나 이항 모형 외의 다른 옵션가격결정 모형이 내재변동성을 구하는데 사용될 수 있다. Black and Scholes(1973)의 가정 하에서는 내재변동성은 일정하게 상수로 정해져있는 변동성에 대한 시장의 추정치라고 해석되어진다. 그리고 Merton(1976)에 의해 만약 기초자산의 변동성이 시간에 확정적으로 변한다면 내재변동성은 옵션의 남은 기간 동안의 평균 변동성에 대한 시장의 평가라고 해석되어진다. 사실이 알려졌다. 또한 기초자산의 변동성이 추계적 변동성 모형에서 가정한 것처럼 무작위 프로세스(random process)라 하더라도 변동성과 기초자산간의 상관관계가 없다면 옵션의 시장가격으로부터 구해진 내재변동성은 남은 기간 동안의 평균 변동성이라고 해석할 수 있다.

2.2.2 수치해법

옵션가격 결정 모형은 분석적으로 계산될 수 없기 때문에 수치해법으로 구해야 한다. 일반적으로 이러한 계산은 다음과 같은 실제 가치와 시장가격의 차에 해를 찾는 프로그램을 적용시킴으로써 행해진다.:

$$C(\sigma) - C_M \quad (\text{식 1})$$

여기서, $C()$: 옵션가격 결정모형 식, σ : 변동성, C_M : 옵션의 시장 가격

다양한 알고리즘이 이러한 식을 0으로 만드는 σ 를 찾는데 사용될 수 있다. 방법의 선택은 수렴속도와 정확함의 상충관계(trade-off)를 고려하여 결정된다고 볼 수 있다. 매우 느리지만 신뢰가 높은 방법은 σ 의 다른 값들의 시리즈를 시험해 보고 (식 1)을 가장 만족시키는 하나를 택하는 것이다. 가끔 “shotgun 방법”이라고 알려진 이러한 접근은 실행은 쉽지만 비효율적이다. 가장 많이 쓰이고 믿을만한 방법은 “이분법(bisection method)”이다.

옵션 가격 결정 모형이 옵션의 베가(vega)를 포함하여 분석적으로 알려져 있는 경우 더

빠른 속도로 해에 수렴하는 방법이 존재한다. 보통의 경우에 Newton-Raphson 알고리즘으로 2 내지 3의 반복(iteration)을 통해 정확한 추정치를 얻을 수 있다. 또한 at-the-money(이하 ATM)⁸ 옵션의 경우에는 수치해법에 매달릴 필요가 없다. Brenner and Subrahmanyam(1988)이 ATM 경우에 Black and Scholes(1973)모형이 내재변동성을 위한 간단한 선형함수로 얻어짐을 밝혀냈다.

2.2.3 추정치

행사가격, 잔존만기가 다른 많은 옵션들이 같은 기초자산에 있을 수 있다. 만약 Black and Scholes(1973)의 모형이 정확하게 맞는다면 이러한 옵션들은 같은 내재변동성을 갖게 된다. 그러나 현실에서는 여러 옵션으로부터 구해진 내재변동성 값이 차이를 보인다.

Black and Scholes(1973) 모형의 예측으로부터의 행사가격에 따른 체계적인 편차를 변동성 미소(volatility smile) 이라고 한다. 설사 시장 참가자들이 Black and Scholes(1973)에 따라 옵션의 가격 결정을 하였다 하더라도 가격의 불연속성(price discreteness), 거래 비용, 비동시적 거래(nonsynchronous trading)에 의해 관찰된 내재변동성은 옵션에 따라 다르게 마련이다. 이러한 문제에 대응하여 각 옵션 내재변동성의 가중평균을 사용한 여러 가지 방법들이 제시되어 왔다. 만일 모형이 맞다면 예측된 가격으로부터의 오차는 잡음(noise)을 나타내고 잡음은 더 많은 관찰치를 사용하면서 줄어들 수 있다는 것이다. Trippi(1977), Schmalensee and Trippi(1978)에 의해 사용된 가장 간단한 방법은 N개의 내재변동성에 동일한 가중치를 주는 것이다.:

$$\hat{\sigma} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sigma_i \quad (\text{식 2})$$

동일한 가중치의 문제점은 사실상 모형이 맞지 않는다고 보는 것이다. 그래서 Black and Scholes(1973)모형과 시장 가격이 비슷한 옵션에 더 많은 가중치를 두는 것이 적당할 것이다. Trippi(1977)와 Schmalensee and Trippi(1978)는 이러한 문제를 해결하기 위해 ATM에 가까운 옵션이나 OTM, ITM의 정도가 심한 옵션의 자료를 무시했다. 또한, Latane and Rendleman(1976)은 가격의 불연속성(price discreteness)이나 비동시적 거래(asynchronous trading)에 의한 추정오차는 가격이 변동성에 덜 민감한 옵션이 더 높다는

8 ITM, ATM, OTM : in-the-money, at-the-money, out of-the-money의 약자.

점에 주목하고 배가가 큰 옵션에 더 많은 가중치를 두는 방법을 제안하였다.⁹:

$$\hat{\sigma} = \frac{1}{\sum_{i=1}^N w_i} \sqrt{\sum_{i=1}^N w_i^2 \sigma_i^2} \quad (\text{식 3})$$

여기서, w_i : 옵션의 Black and Scholes(1973) 가격에 대한 배가.

Chiras and Manaster(1978)는 배가가 아닌 변동성에 대한 탄력성으로 가중치를 두는 방법을 제안했다. :

$$\hat{\sigma} = \frac{\sum_{i=1}^N \sigma_i \frac{\partial C_i}{\partial \sigma_i} \frac{\sigma_i}{C_i}}{\sum_{i=1}^N \frac{\partial C_i}{\partial \sigma_i} \frac{\sigma_i}{C_i}} \quad (\text{식 4})$$

Beckers(1981)와 Whaley(1982) 는 다음 식을 최소화 하는 방법을 제안했다.

$$\sum_{i=1}^N w_i [C_i - BS_i(\hat{\sigma})]^2 \quad (\text{식 5})$$

여기서, C_i : 옵션의 시장가격, BS_i : 옵션 i 의 Black and Scholes(1973) 가격

가중치, w_i 는 여러 가지 방법으로 선택되어 질 수 있으나 주로 동일한 가중치나 Black and Scholes(1973)의 배가를 사용했다.

그렇다면 변동성을 추정하는데 가장 적당한 방법은 무엇일까? 여러 사람들에 의하여 다양한 가중 평균 방법의 실증분석이 행해졌다.¹⁰ Beckers(1981)를 비롯한 여러 학자들은 결론적으로 ATM에 가장 가까운 옵션의 내재변동성이 구하기 쉬우면서도 변동성을 추정하는데 위와 같은 여러 가지 가중 평균들 만큼의 결과를 보여준다고 제안했다. 본 연구에서도 Hull and White(1987)와 Brenner and Subrahmanyam(1988)의 연구결과에 의해 내재

9 이러한 예측은 그들의 변동성에 대한 민감도에 의해 가중치를 둔다는 장점을 가지고 있었으나 가중치의 합이 1이 되지 않아서 편향을 가진다는 단점이 있다.

10 자세한 내용은 Mayhew(1995)을 참조하기 바람.

변동성의 추정치로 ATM 옵션을 사용한다.

2.3 Hull and White(1987)의 추계적 변동성 하에서의 옵션 가치 평가 모형

Merton(1973)은 변동성이 시간의 함수형태로 주어졌을 때 Black and Sholes(1973)모형이 어떻게 적용될 수 있는지를 보여줬다. 이에 대하여 Hull and White(1987)는 변동성이 추계적 과정(stochastic process)을 따를 때의 연구를 진행하였다. 먼저 주식 가격과 순간 분산은 다음과 같은 추계적 과정을 따른다고 가정한다.:

$$dS = \phi Sdt + \sigma Sdw \quad (\text{식 6})$$

$$dV = \mu Vdt + \xi Vdz \quad (\text{식 7})$$

ϕ 는 S, σ, t 와 관련되어 있고 μ, ξ 는 S 에 관련되어 있지 않으나 σ 와 t 에는 관련되어 있는 모수이다. dz 와 dw 는 ρ 의 상관관계를 가진다. (식 7)에서 V 는 항상 양이고 무위험 이자율 r 은 상수라고 가정한다.

Garman(1976)에 의해 보인 것처럼 θ_i 의 상태변수(state variable)에 관련된 f 라는 주식의 가격은 다음과 같은 미분방정식(differential equation)을 따른다.:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2} \sum_{i,j} \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j \frac{\partial^2 f}{\partial \theta_i \partial \theta_j} - rf = \sum_i \theta_i \frac{\partial f}{\partial \theta_i} [-\mu_i + \beta_i (\mu^* - r)] \quad (\text{식 8})$$

여기서 σ_i : θ_i 의 순간 표준편차, ρ_{ij} : θ_i 와 θ_j 의 순간 상관계수,

μ_i : θ_i 의 drift 계수,

β_i : 시장 포트폴리오, 상태 변수와 상관관계가 높은 포트폴리오에 대하여 상태 변수 수익률(state variable return)을 회귀한 다변량 회귀 계수의 벡터

r : 무위험 이자율

위 식은 변수 i 가 거래될 때 N+1원소(factor) CAPM을 만족하고 식의 오른쪽 변의 i 번째 원소는 $-r\theta_i \partial f / \partial \theta_i$ 가 된다.

우리가 다루는 문제에서는 S, V의 두 가지의 상황(state) 변수가 있다. 그래서 (식 8)은 다음과 같이 표현할 수 있다.:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2} \left(\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} + 2\rho\sigma^3 \xi S \frac{\partial^2 f}{\partial S \partial V} + \xi^2 V^2 \frac{\partial^2 f}{\partial V^2} \right) - rf \\ = -rs \frac{\partial f}{\partial S} - [\mu - \beta_V(\mu^* - r)] \sigma^2 \frac{\partial f}{\partial V} \end{aligned} \quad (\text{식 9})$$

여기서 ρ : S와 V의 순간 상관계수

본 모형에서는 $\beta_V(\mu^* - r)$ 를 0으로, 변동성은 전체소비(aggregate consumption)와 상관 관계를 갖지 않는다고 가정한다. 또한 (식 7)은 위험 중립 세계(risk-neutral world)에서 V를 위한 프로세스라고 가정할 수 있다. 그때 파생상품은 다음을 만족해야 한다:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2} \left(\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} + 2\rho\sigma^3 \xi S \frac{\partial^2 f}{\partial S \partial V} + \xi^2 V^2 \frac{\partial^2 f}{\partial V^2} \right) - rf = -rs \frac{\partial f}{\partial S} - \mu\sigma^2 \frac{\partial f}{\partial V} \quad (\text{식 10})$$

또한 변동성과 주식 가격이 상관관계를 가지지 않는다는 가정을 하면 ρ 는 0이 된다. Geske(1979)에 의하면 이러한 가정은 무차입 경영이나 회사의 가치가 상수 변동성(constant volatility)을 가진다는 가정과 동일하다.

(식 10)식의 경계조건(boundary condition)이 위험선호도(risk preference)와 무관하기 때문에 우리는 옵션의 분석해(analytic solution)를 찾을 수 있다. 그래서 $f(S, \sigma^2, t)$ 는 f 의 잔존만기에서의 가치를 무위험 이자율로 할인한 값이 될 것이다. 따라서 옵션 가격은 다음과 같이 쓸 수 있다:

$$f(S_t, \sigma_t^2, t) = e^{-r(T-t)} \int f(S_T, \sigma_T^2, T) p(S_T | S_t, \sigma_t^2) dS_T \quad (\text{식 11})$$

여기서, T: 옵션의 잔존만기

S_t : t에서 주식의 가격

σ_t : t에서의 순간 표준편차

$p(S_T | S_t, \sigma_t^2)$: t에서 주식의 가격과 분산이 주어졌을 때 위험 중립세계에서의

S_T 의 조건부 확률 분포

$f(S_T, \sigma_T^2, T)$: $\max[0, S_T - X]$

S_T 의 조건부 확률 분포는 S 의 프로세스와 σ^2 프로세스에 달려 있다. 또한 (식 11)은 세계의 관련된 확률변수에 대한 조건부 밀도함수의 다음과 같은 성질에 의하여 더 간단히 표현할 수 있다:

$$p(x | y) = \int g(x | z)h(z | y) dz \quad (\text{식 12})$$

다음 식을 옵션의 거래기간 동안의 평균분산(mean variance)라고 정의하자:

$$\bar{V} = \frac{1}{T-t} \int_1^T \sigma_\tau^2 d\tau \quad (\text{식 13})$$

이것을 사용하여 S_T 의 분포는 다음과 같이 쓸 수 있다:

$$p(S_T | \sigma_t^2) = \int g(S_T | \bar{V})h(\bar{V} | \sigma_t^2) d\bar{V} \quad (\text{식 14})$$

(식 14)를 (식 11)에 대입하면 다음과 같이 변형시킬 수 있다:

$$\begin{aligned} f(S_t, \sigma_t^2, t) &= e^{-r(T-t)} \int \int f(S_T)g(S_T | \bar{V})h(\bar{V} | \sigma_t^2) dS_T d\bar{V} \\ &= \int \left(e^{-r(T-t)} \int f(S_T)g(S_T | \bar{V}) dS_T \right) h(\bar{V} | \sigma_t^2) d\bar{V} \\ &= \int C(\bar{V})h(\bar{V} | \sigma_t^2) d\bar{V} \end{aligned} \quad (\text{식 15})$$

우리의 가정 하에서¹¹ (식 15)의 안쪽 항은 평균 분산으로 \bar{V} 를 가지는 Black and Scholes(1973)의 콜옵션에 관한 가격이 된다.

보통 변동성이 추계적(stochastic)일 때 Black and Scholes(1973) 가격은 ATM 옵션의 실제가격보다 높고 ITM, OTM 옵션은 실제보다 낮다. 이것을 쉽게 볼 수 있는 방법은 (식 15)가 단순한 Black and Scholes(1973)의 변동성에 대한 기대가격임을 알 수 있다.

11 $\rho=0$ 과 μ, ξ 는 S 에 독립이라는 가정

즉, (식 15)는 다음과 같이 쓸 수 있다:

$$f = E[C(\bar{V})] \quad (\text{식 16})$$

그래서, 만약 $C(\cdot)$ 가 볼록(convex)함수일 때 $E[C(\cdot)] > C(E[\cdot])$ 와 같이 되고 오목(concave)함수일 때는 반대가 된다. 그러나 본 연구에서 사용하는 내재변동성은 Hull and White(1987)의 추계적 변동성을 가정하고 있으나 실제의 방법은 Black and Scholes(1973)에서 구해진 내재변동성이므로 $E[C(\cdot)] = C(E[\cdot])$ 와 같이 쥘센의 부등식(Jensen's inequality) 효과를 사라지게 해야 할 것이다. 이러한 결과는 $C(\cdot)$ 의 함수가 변동성에 선형관계를 갖게 된다면 해결될 것이다. 일반적으로 옵션가격은 변동성에 선형관계를 갖지 못하나 Brenner and Subrahmanyam(1988)은 ATM 옵션의 경우 변동성에 근사적으로 선형관계를 가짐을 보였다.

2.4 Brenner and Subrahmanyam(1988)의 내재변동성 모델

Black and Scholes(1973)의 식은 다음과 같다:

$$C_s = SN(d_1) - Ke^{-r\tau}N(d_2) \quad (\text{식 17})$$

여기서

$$d_1 = \frac{\ln(S/Ke^{-r\tau}) + 1/2\sigma^2\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}, d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{\tau}$$

C_s : 콜옵션의 가격, S : 주식의 가격, K : 행사 가격, r : 이자율

τ : 잔존만기, σ : 주식의 순간수익률의 표준편차

$N(\cdot)$: 표준 정규누적확률 분포

여기서 ATM 옵션은 $S = Ke^{-r\tau}$ 로 정의할 수 있다. 그때, d_1 과 d_2 는 다음과 같다:

$$d_1 = 1/2 \sigma\sqrt{\tau}, d_2 = -1/2 \sigma\sqrt{\tau} \quad (\text{식 18})$$

또한 정규누적확률 분포 값은 다음과 같이 쓸 수 있다:

$$N(d_1) = 1/2 + 1/\sqrt{2\pi} (d_1 - \frac{d_1^3}{6} + \dots) \quad (\text{식 19})$$

이 중에서 d_1 이상의 항들은 값이 작기 때문에 무시하면 다음과 같이 표현된다:

$$N(d_1) \approx 1/2 + 1/\sqrt{2\pi} d_1, \quad N(d_2) \approx 1 - N(d_1) \quad (\text{식 20})$$

따라서, 콜의 최종 가격은 다음과 같이 표현된다:

$$C_s = 1/\sqrt{2\pi} S \sigma \sqrt{\tau} \quad (\text{식 21})$$

(식 21)에서 알 수 있는 것처럼 ATM옵션의 경우 σ 에 선형관계를 가지게 됨을 알 수 있다. 위에서 보인 결과를 통해 ATM 옵션을 사용할 경우 Hull and White(1987)모형에서 나타나는 쟈센의 부등식 효과가 사라지게 되어 본 연구에서 사용한 Black and Scholes(1973)의 ATM옵션에서 구한 내재변동성이 남은 거래 기간 동안의 변동성의 평균과 같게 된다.

2.5 기존의 실증분석

2.5.1 주식시장의 과잉반응

주식시장의 과잉반응가설에 관하여 DeBondt and Thaler(1985, 1987)의 연구를 시작으로 Howe(1986), Brown and Harlow(1988), Chan(1988), Ball and Kothari(1989), Zarowin(1989, 1990), Chan and Chen(1991), Lehmann(1990)등 수많은 연구들이 진행되었다. 이 절에서는 연구의 발판을 마련한 DeBondt and Thaler(1985, 1987)의 연구만을 살펴 보도록 하겠다. 그들은 인지심리학의 과잉반응가설을 주식시장에 적용하여 실증적으로 검증하였다. 만약 주가가 체계적으로 과잉반응을 보인다면, 주가의 기복현상은 기업의 당기 순이익과 같은 회계자료의 이용 없이, 단지 과거 수익률 자료만으로 예측할 수 있다고 주

장하면서 그들은 다음과 같은 두 가지 가설을 검정하였다.

첫째, 주가의 극단적인 변동은 이후에 반대방향으로 주가의 변동을 가져온다. 둘째, 초기의 주가변동이 극단적일수록 이후의 주가조정폭은 커진다는 것이다. 이 두 가설을 기초로 주가가 과거 크게 하락한 종목이 가까운 미래에 조정되어 상승할 것인가와 반대로 상승한 종목이 하락할 것인가를 조사하였다. 이들은 1926년부터 1982년까지의 NYSE에 상장된 주식의 월별수익률을 사용해 3년마다 12월에 각 종목별로 과거 3년 동안의 누적초과수익률을 계산하였다. 그리고 그것을 순서로 열거하여 35개 종목을 추출한 후 그것을 승자포트폴리오(winner portfolio)라 하고 반대로 작은 방향부터 순서대로 35개 종목을 추출하여 그것을 패자포트폴리오(loser portfolio)라 하였다. 이어서 이들 35개 종목의 평균수익률을 계산한 다음, 뒤이은 3년 동안의 성과를 각각 관찰하였다. 그리고 이것을 3년마다 재조정하여 평균성적을 조사하였다.

DeBont and Thaler(1985)는 전기에 가장 낮은(높은) 수익률을 기록한 주식은 다음 기간에 시장수익률보다 높은(낮은) 성과를 올린다는 사실을 발견하고, 이러한 현상은 효율적시장가설에 위배되는 과잉반응현상이라고 정의하였다. 패자포트폴리오 효과에서 특히 주목할 점은 1월의 높은 수익이었다. 따라서 그는 1월 효과와 과잉반응효과는 관계가 있다고 주장하였다. 더욱이 효과가 3년 동안이나 지속된다는 것도 밝혀냈다.

한편, DeBont and Thaler(1987)는 과잉반응가설에 대해 좀 더 구체적인 실증분석을 실시하였다. 그들은 1985년의 연구에서 검증기간동안 주가조정이 거의 1월에 나타난 점, 그리고 승자포트폴리오와 패자포트폴리오의 조정이 불균형적으로 이루어진 점, 극단적 포트폴리오에 속해있는 기업들의 특성이 충분히 고려되지 않은 점, 체계적 위험의 변화로 인해 앞서 예서와 같은 효과가 나올 수 있다는 점 등을 지적하였다. 그래서 과잉반응가설을 재평가하기 위하여 위험변화, 규모효과, 1월효과, 기업수익 등과의 관계에 대해 구체적 검증을 시작하였다. 그 결과 첫째, 패자포트폴리오는 검증기간(특히 1월)동안의 초과수익은 특정시점 이전의 일정기간의 장, 단기간의 효과와 음의 관계를 갖고 있으며, 둘째 주가의 과잉반응현상은 CAPM- β 체계에 의해 예측된 위험변화에 설명될 수 없었다. 셋째 주가의 과잉반응에 따라 양 포트폴리오의 주가형태는 규모효과와 무관하였고, 마지막으로 승자포트폴리오와 패자포트폴리오를 구성하는 기업의 이익은 과잉반응과 일치하는 반전현상을 보였다. 결과적으로 규모효과와 위험변화로는 주가의 과잉반응현상을 설명할 수 없으며, 단지 투자자들이 단기적인 기업수익변동에 과잉반응을 보이고 있음을 입증하였다.

한국 주식시장에 대해서도 과잉반응에 관한 연구가 진행되었다. 김희집외 7인(1988), 김

철교와 박승직(1993), 선우석호외 5인(1994)이 외국의 연구들과 유사한 방법론을 통해 한국주식시장의 과잉반응가설에 대해 검정을 실시하였다.

2.5.2 옵션시장의 과잉반응

주가의 움직임은 미래의 배당과 할인율의 합리적 기대라는 두 가지 가설에 의해 설명될 수 있다. 특히 이자율에 대한 합리적 기대는 주식시장의 변동성의 움직임에 의한 위험 프리미엄(risk premium)의 변화라고 말할 수 있다.

Poterba and Summers(1986)의 연구에 의해 변동성에 대한 충격은 빠르게 사라지고 오직 단기간 동안에만 수익률에 영향을 미칠 수 있다는 사실이 밝혀졌다. 이것은 변동성에 대한 충격(shock)은 주식시장의 가격에 조그마한 영향만을 끼친다는 것을 의미한다. 따라서 변동성의 변화는 CAPM의 β 에 의해 할인율에 영향을 미치게 되는데 이 결과는 할인율의 합리적 기대가 주가의 움직임에 영향을 준다는 가설과 상반된다고 할 수 있다. 즉, Poterba and Summers(1986)는 주식 시장의 변동성에 대한 충격(shock)은 오랜 시간동안 지속되지 않는다고 제안했다. 이 연구에서 그들은 CBOE(Chicago Board Options Exchange)의 주간자료를 사용하여 옵션의 내재변동성에 관한 계열 상관을 추정해 보았다. 그 결과 AR(1) 프로세스가 가장 설명력이 높음을 알아냈다. 또한 잔존만기가 6개월인 옵션과 3개월인 옵션의 내재변동성을 비교하여 옵션시장의 변동성이 주가에 미치는 영향에 대한 연구를 하였다.

Campbell and Shiller(1984)가 이자율의 만기구조에 관한 검정에서 사용한 방법에 의하면 합리적 기대 하에서는 잔존만기가 6개월인 옵션의 내재변동성은 다음 3개월과 그 다음 3개월의 옵션의 내재변동성의 평균과 같아야 한다.:

$$(i_t^{6month} - \bar{\sigma}) = [(i_t^{3month} - \bar{\sigma}) + E_t(i_{t+3month}^{3month} - \bar{\sigma})]/2 \quad (\text{식 } 22)$$

여기서 i_t^s : t 시점에서 s 기간 동안의 옵션에 대한 내재변동성

(식 22)에 대한 가정을 통하여 현재로부터 3개월 뒤에 시작하는 3개월 동안에 기대되는 선도변동성(forward volatility)이 나타내는 추정치를 구할 수 있게 해준다.:

$$i_{t+3month}^{3month} = 2i_t^{6month} - i_t^{3month} \quad (\text{식 } 23)$$

이와 같은 가정 하에서 Poterba and Summers(1986)는 실제 옵션에서 계산된 내재변동성으로 3개월물 현재 내재변동성의 변화에 대한 선도 내재변동성의 변화의 추정치를 회귀 분석 하였다.:

$$i_{t+3\text{개월}}^{3\text{개월}} - i_{t+3\text{개월}-1\text{주}}^{3\text{개월}} = -0.0233 + 0.511 [i_t^{3\text{개월}} - i_{t-1\text{주}}^{3\text{개월}}] \quad (\text{식 } 24)$$

이러한 결과로 현재 변동성의 기대가 변했을 때 기대되는 미래의 변동성은 현재 변동성의 변화량 보다는 적게 변한다는 사실을 알게 되었다. 즉 현재 변동성의 충격(shock)의 절반 정도가 3개월간 유지된다는 것이다. 이에 따라 변동성에 대한 충격은 오랫동안 지속되지 못하고 잔존만기가 긴 옵션의 내재변동성은 잔존만기가 짧은 옵션의 내재변동성의 충격에 대응하여 많이 움직이지 않는다고 결론지었다.

Stein(1989)은 옵션시장의 과잉반응의 가설을 검증하기 위해 내재변동성의 프로세스에 대한 가정을 사용하였다. 만약 변동성이 평균으로 회귀하는 프로세스(mean reverting process)를 따른다면 잔존만기가 짧은 옵션의 내재변동성의 충격(shock) 즉 정보의 효과는 잔존만기가 긴 옵션의 내재변동성의 정보효과에 작은 크기로 영향을 미친다. Stein(1989)은 S&P 100(OEX)의 내재변동성을 AR(1) 프로세스로 가정하고 과거 자료를 사용하여 평균회귀모수를 추정하였다. 평균과의 편차를 정보의 효과로 보고 만기가 짧은 옵션과 만기가 긴 옵션의 편차를 비교하여 잔존만기가 긴 옵션의 내재변동성이 잔존만기가 짧은 내재변동성에 시장참가자들이 과잉반응을 한다는 사실을 발견했다.

Diz and Finucane(1993)는 Stein(1989)의 방법론에 이의를 제기하였다. Stein(1989)의 연구와는 다른 잔차에 대한 가정을 통한 모형을 설정하여 과잉반응 가설을 기각하고 Stein(1989)과 같은 표본기간에서는 과소반응(underreaction)에 대한 증거를 발견할 수 있다고 하였다. 즉 앞의 Poterba and Summers(1986)의 연구에서는 변동성에 대한 정보효과를 단순히 내재변동성의 변화량을 가지고 설명하였고, Stein(1989)과 Diz and Finucane (1993)의 연구에서는 장기간의 평균(long-term mean)과의 편차를 정보의 효과라고 보았다. 또한 Poterba and Summers(1986)의 연구에서는 합리적반응의 기준이 명확하지 않아 과잉반응에 대한 확실한 결론을 내릴 수 없다는 것을 알 수 있다. 그래서 본 연구에서는 Stein(1989)과 Diz and Finucane(1993)의 방법론에 의거하여 한국 옵션시장에서도 과잉반응이 나타나고 있는지를 살펴본다.

Ⅲ. 실증 분석

3.1 자료

자료는 1997년 7월 7일 부터 1998년 6월 15일까지의 KOSPI 200 지수옵션의 종가에 대한 내재변동성을 사용하였다. 또한 앞의 논의에서 잔존만기가 가장 짧은 옵션을 최근월물이라 하고 잔존만기가 다음으로 짧은 옵션을 근월물이라고 정의한다. 1997년 말 외환위기로 한국경제의 불확실성과 위기상황이 증폭되면서 증시가 폭락하고, 선물시장도 가격의 폭락과 더불어 선물가격이 이론가격대비 심하게 저평가되고, 옵션 역시 투자자들의 불안 심리를 반영해 풋옵션이 지나치게 고평가되었다. 물론 환란 발생당시 현/선물시장에서나 옵션시장에서 차익거래가 원활하게 이뤄졌다면 파생상품시장에서 지나친 가격괴리는 없었겠지만 실상은 여러 가지 제약조건으로 인해 활발하게 이루어지지 못하는 상황이었다. <표 1>과 <표 2>를 살펴보면 옵션시장 개설 이후 비교적 안정적인 모습을 보이던 풋옵션의 내재변동성이 외환위기가 공론화되는 시점인 11월과 12월에 급격히 증가되는 것을 알 수 있다. 1997년 7월 옵션시장 개설이후 1997년 말까지는 풋옵션에 대한 이해의 난이성과 현물지수 폭락에 대한 막연한 반등 기대감으로 콜옵션에 거래가 집중되었으나 1998년 들어 풋/콜의 거래량이 비교적 균형을 보이고 있다.¹²

내재변동성은 ATM에 가장 가까운 콜옵션과 풋옵션의 평균을 사용하였다. 첫 번째, ATM 옵션을 사용한 이유는 앞의 Hull and White(1987)의 연구에서 볼 수 있는 것처럼 Black and Scholes(1973)모형에서 도출된 내재변동성이 Hull and White(1987)의 연구에서 처럼 잔존만기 동안의 평균 변동성이 되려면 쥘센의 부등식 효과가 없는 선형의 관계여야 한다. 이러한 목적에 의하여 우리는 ATM 옵션의 내재변동성을 사용한다. 하지만 Hull and White(1987)의 연구에서 보인 것처럼 분산의 프로세스의 표준편차가 클 때는 ATM에서조차도 내재변동성에 큰 편향(bias)이 생길 수 있다고 하였다. 또한 위의 Hull and White(1987) 모형에서 가정한 $\rho = 0$ 이라는 것도 실제 현실에선 맞지 않을 수 있다. 그렇다면 Black and Scholes(1973)에서 도출해 낸 내재변동성은 많은 편향을 가지는 값이 될

12 콜옵션과 풋옵션의 거래량분석을 통해 시장참가자들의 장세를 파악하기도 하는데, 일반적으로 P/C Ratio(풋콜 거래량비율)를 많이 사용한다. P/C Ratio는 콜옵션거래량에 대한 풋옵션거래량의 상대적인 비율로 옵션 투자자들의 현물시장에 대한 향후 장세 전망을 반영한다.(김술(2007))

<표 1> KOSPI 200 옵션의 내재변동성 추이

	전체IV	콜평균IV	풋평균IV
97/07	23.34	26.54	20.65
97/08	20.79	25.32	17.66
97/09	29.03	28.59	28.95
97/10	48.53	41.70	51.53
97/11	78.72	63.43	104.95
97/12	84.87	69.38	140.58
98/01	78.43	73.00	97.39
98/02	81.09	77.53	81.71
98/03	66.80	64.14	68.83
98/04	52.13	49.20	54.21
98/05	57.18	44.20	73.87
98/06	68.50	54.80	90.38
98/07	52.98	48.54	58.65
전체	57.20	51.32	68.26

<표 2> KOSPI 200 옵션의 거래량 추이

	콜거래량	풋거래량	풋/콜 비율
97/07	14,876	11,281	75.83%
97/08	53,471	39,813	74.46%
97/09	162,727	64,127	39.41%
97/10	804,576	148,861	18.50%
97/11	1,170,215	242,010	20.68%
97/12	1,491,916	324,551	21.75%
98/01	450,326	447,751	99.43%
98/02	520,414	497,275	95.55%
98/03	487,846	476,487	97.67%
98/04	659,867	462,221	70.05%
98/05	845,983	600,068	70.93%
98/06	835,208	724,125	86.70%
98/07	995,281	701,579	70.49%
전체	8,492,706	4,740,149	55.81%

것인가? 이러한 질문에 대해 Lamoureux and Lastrapes(1993)는 몬테카를로 시뮬레이션을 통해 Black and Scholes(1973) 식에서 구한 내재변동성이 여전히 의미가 있음을 보였다. Hull and White(1987) 모형에서 가정한 (식 6)과 (식 7)의 주식과 변동성의 프로세스를 불연속적으로(discrete) 근사한 GARCH(1,1)의 모형으로 자신들이 사용한 10개의 개별주식에 관한 옵션 데이터로 GARCH(1,1)의 모수를 추정하고 그 결과 나온 변동성으로 잔존만기 동안의 평균을 내었다. 위와 같은 시뮬레이션 결과에서 나온 잔존만기 동안의 변동성의 평균값과 ATM 옵션의 Black and Scholes(1973)식에서 구한 내재변동성과의 값을 비교하여 그 오차가 신뢰구간 안에서 허용되었음을 밝혀냈다. 물론 그들의 자료와 KOSPI 200이 다를 수 있지만 여러 가지 ρ 값들에서 행한 결과는 KOSPI 200에도 적용하여 생각할 수 있을 것이다.

둘째, KOSPI 200의 주식들은 새로운 정보에 동시에 반응하여 거래가 이루어지지 않는다는 점이다. 즉, KOSPI 200 지수는 옵션 시장의 참가자들이 사용하는 실제 지수와 다를 수 있는 것이다. 만약 지수가 실제보다 너무 낮다면 지수로부터 계산된 콜옵션의 내재변동성은 하향 편향을, 풋옵션은 상향 편향을 가질 것이다. 반대의 경우도 마찬가지이다. 이러한 중요한 편향을 피하기 위해 우리는 콜옵션과 풋옵션의 내재변동성 평균값을 사용한다.

셋째, Harvey and Whaley(1991, 1992)는 KOSPI 200 지수와 지수옵션간의 거래 마감시간이 다른 데에 따른 문제점을 제시하였다. 즉 주가지수옵션의 폐장시간은 평일의 경우 주식시장보다 15분간 연장하며 최종거래일에는 주식시장보다 10분 먼저 종료한다. 이와 같이 구해진 내재변동성이 시장을 제대로 반영하고 있지 않은 경우가 발생할 수 있다. 즉, 내재변동성의 측정오차를 일으키는 것이다. 종가를 사용하여 내재변동성을 추정할 경우 시장에 긍정적인(부정적인) 정보가 들어왔을 때 콜옵션의 가격은 지수 종료 시점 보다 높아질(낮아질) 것이고 풋옵션의 경우 낮아질(높아질) 것이다. 그리고 다음날 주식 가격은 새로운 정보로 조정이 되고 내재변동성은 정상적인 수준으로 되돌아 갈 것이다. 즉, 일별 변동성의 변화가 1차 음의 계열 상관을 갖게 된다. 또한 Harvey and Whaley(1991, 1992)가 지적한 문제 중 하나인 '매도매수호가 효과(bid/ask price effect)'를 고려해야 한다. 그들은 지수의 종료시점의 옵션에 대한 시가를 사용해야하지만 이 시가가 매도, 매수거래인지 여부에 따라 음의 계열 상관이 나타나게 된다는 것이다. 즉, 지수가 상승중(하락중) 일 때는 콜의 거래는 매도(매수)가격과 가깝고 풋의 거래는 매수(매도)가격과 가깝게 된다. 그래서 그들은 지수의 종료시점의 하나의 시가를 사용하지 않고 지수종료시점 전의 5분과 13 종료 후 5분 동안의 모든 거래를 사용하여 '매도매수호가 효과'를 상쇄시키기 위하여

옵션의 시가와 모형가격의 비선형 회귀분석을 사용하였다. 그러나 본 연구에서 사용한 콜 옵션과 풋옵션의 평균을 사용할 경우 이러한 효과가 서로 상쇄 되어 검증하는 데에는 문제를 일으키지 않게 된다. 즉, 그들의 연구결과에서 앞의 두 가지 효과를 모두 고려한 후의 콜옵션과 풋옵션의 계열 상관의 값은 한쪽은 작아지고 한쪽은 커지게 됨으로 평균을 사용한 본 연구에서는 효과가 상쇄됨을 알 수 있다.

결론적으로 이 논문의 추계적 변동성 가정에도 불구하고 우리가 도출해낸 내재변동성의 옵션가격결정 모형은 이러한 것들을 고려하고 있지 않게 되나, Hull and White(1987)와 Wiggins(1987)는 만일 변동성과 기초자산(underlying asset)과의 상관관계(correlation)가 없으면 이런 방법으로 구한 내재변동성이 의미가 있음을 밝혀냈다. 또한 본 연구에서 자료로 사용한 ATM 옵션의 경우에는 쥘센의 부등식 효과가 사라지게 되어 추계적인 내재변동성이 의미를 지니게 된다. 이러한 가정에 의하면 Hull and White(1987)가 보여준 것처럼 Black and Scholes(1973) 옵션 가격결정모형에서 계산된 내재변동성은 옵션의 기간 동안 기대되어지는 평균변동성과 같다.

3.2 만기 구조의 가정

본 연구에서는 Stein(1987)과 다른 여러 연구들의 경우처럼 평균으로 회귀하는 AR(1)프로세스를 가정한다. 이러한 가정에 의하여 AR(1)을 검정할 수 있는 형태로 변형시키면 다음과 같다. 순간적인 변동성 σ_t 가 다음의 시간에 연속적으로 평균에 회귀(continuous-time mean reverting)하는 AR(1)프로세스를 따른다고 가정한다.:

$$d\sigma_t = -\alpha(\sigma_t - \bar{\sigma}) dt + \beta\sigma_t dz \quad (\text{식 25})$$

이 프로세스의 가정 하에서 시간 t 에서의 $t+j$ 에 대한 변동성의 기대치는 다음과 같이 주어진다.:

$$E_t(\sigma_{t+j}) = \bar{\sigma} + \rho^j(\sigma_t - \bar{\sigma}), \quad \rho = e^{-\alpha} < 1 \quad (\text{식 26})$$

13 주식시장 종료 후 5분을 고려하는 이유는 거래 정보 공지의 지연이 있을 수 있기 때문이다.

$i_t(T)$ 를 t 시점에서 잔존만기까지 T 시간이 남은 옵션의 내재변동성이라고 하면 앞의 Hull and White(1987)에서 살펴 본 것처럼 이것은 시간 $[t, t+T]$ 의 순간 기대 변동성의 평균과 같아야 한다. 이 사실은 (식 26)을 이용하여 다음과 같이 표현할 수 있다:

$$i_t(T) = \frac{1}{T} \int_{j=0}^T [\bar{\sigma} + \rho^j(\sigma_t - \bar{\sigma})] dj = \bar{\sigma} + \frac{\rho^T - 1}{T \ln \rho} [\sigma_t - \bar{\sigma}] \quad (\text{식 27})$$

(식 27)은 실증분석을 위한 기초가 된다. 위 식에 의하면 순간 변동성(instantaneous volatility)이 평균 수준(mean level)의 위에 있을 때 옵션의 내재변동성은 시간이 지남에 따라 감소해야 하고 그 반대의 경우 평균으로 증가해야 한다. 즉 평균으로 회귀(mean-reverting)해야 한다.

그러나, 실제로 순간변동성은 관찰할 수 없는 값이다. 이런 경우 잔존만기가 T 인 최근 월물 옵션과 잔존만기가 K ($K > T$)인 근월물 옵션이 있다고 하자. (식 27)을 이용하여 최근월물의 내재변동성을 근월물의 내재변동성으로 나누면 다음과 같은 식을 유도할 수 있다:

$$(i_t^d - \bar{\sigma}) = \frac{T(\rho^K - 1)}{K(\rho^T - 1)} (i_t^n - \bar{\sigma}) \quad (\text{식 28})$$

(식 28)에는 순간 변동성(instantaneous volatility)이 없으므로 실증분석하는데 아무런 문제가 없게 된다. (식 28)은 근월물과 최근월물의 옵션의 내재변동성에 대한 탄력성에 관한 식이라고 생각할 수 있다. 또한 식의 계수를 최근월에 대한 근월물의 탄력성이라고 생각할 때 탄력성에 관한 상수는 두 옵션의 잔존만기 뿐 아니라 평균 회귀 모수(mean reversion parameter)를 변수로 갖는 함수라고 생각할 수 있다.

위의 논의에서 우리는 옵션시장의 과잉반응의 문제를 거론할 수 있다. 즉, 변동성의 프로세스가 AR(1)이라면 장기평균(long-term mean)을 지니고 있다. 만약 변동성이 평균 위에 있거나 아래에 있다면 시장의 새로운 정보에 시장 참가자들이 반응한 결과라고 생각할 수 있다. 즉, 평균과의 편차가 정보의 효과 또는 정보의 크기라고 생각할 수 있는 것이다. 그러나 우리가 가정한 AR(1) 프로세스를 따른다면 평균으로 회귀하므로 편차는 0으로 가까워지고 즉 정보의 효과가 사라지게 된다.

AR(1)이라는 가정 하에서 만들어진 (식 28)을 보면 왼쪽 항은 근월물의 정보의 효과이고 오른쪽 항은 최근월물의 정보의 효과가 된다. 이 경우 우리가 최근월물을 통해 얻은 ρ (평균 회귀 모수)와 잔존만기를 대입하면 두 정보의 크기 간에 탄력성에 관한 합리적인 값을 얻을 수 있다. 이때 이론적인 값이 만약 0.4라면 최근월물의 정보의 효과는 금세 사라져 근월물에 0.4정도로 반영되는 것이다. 그러나, 실증적으로 (식 28)의 탄력성을 검정해 본 결과 0.8의 값이 나왔다면 이는 시장 참가자들이 최근월물의 정보에 과잉 반응하여 그 정보의 효과가 근월물의 옵션에 오랫동안 지속되는 것이라 생각할 수 있는 것이다. 즉, 최근월물의 정보의 효과가 근월물 옵션에 80% 정도 남아서 영향을 주는 것이다.

3.3 추계적 모형의 검정

실증 분석의 첫 단계는 주가변동성에 관한 추계적과정을 추정한다. 이론적으로 본 연구에서는 직접 관찰할 수 없는 순간 변동성, σ_t ,의 계열 상관의 특성에 관심이 있다. 그러나 Stein(1989)은 최근월물의 내재변동성이 순간변동성과 같은 계열 상관의 특성을 지닌다는 것을 보였다. 그래서 본 절에서는 최근월물의 내재변동성의 시계열을 Box-Jenkins 방법에 의해 모형 추정을 해 보았다.

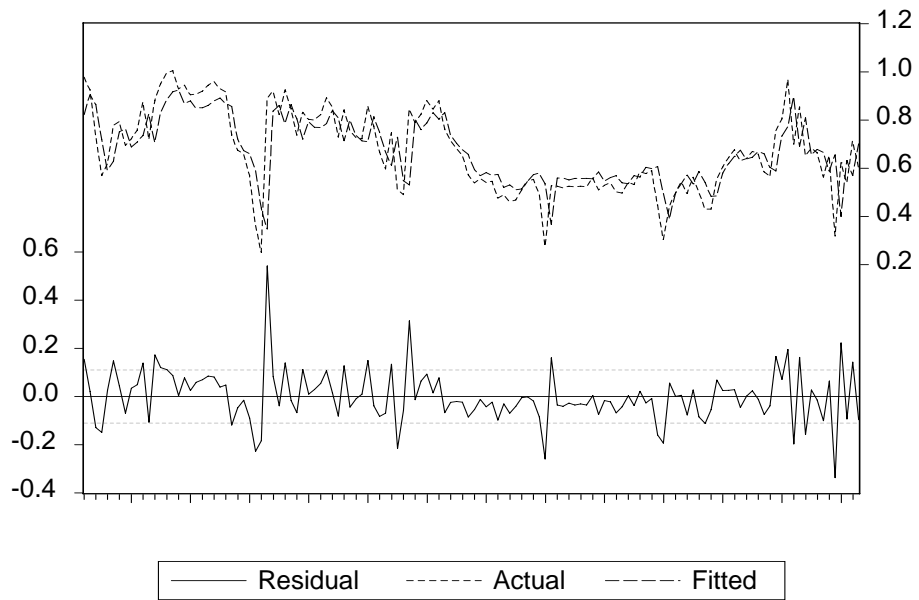
가장 적합한 시계열 프로세스를 찾기 위해 i_t^n 의 자기상관도표(autocorrelogram)와 부분상관도표(partial correlogram)를 살펴 보았다. <표 3>에서 볼 수 있는 것처럼 자기상관계수는 속도는 느리지만 지수적으로 감소하고 있고 부분자기상관 계수는 시차 1 이후로 '0'의 신뢰구간에서 관찰될 수 있으므로 1차 자기상관 모형(AR(1))의 특징을 말해주고 있다. <그림 1>에서 볼 수 있듯이 AR(1)은 본 연구의 시계열 자료를 잘 설명해 주는 모형임을 알 수 있다. 즉, Poterba and Summers(1986)와 Stein(1989)의 연구와 동일하게 본 연구에서도 AR(1)을 가정하고 연구를 진행한다. 그러나 French, Schwart, and Stambaugh(1987)는 주식가격으로부터 직접 구한 변동성에 관한 시리즈의 시계열 특성을 시험한 결과 시계열에서 왜도(skewness)를 발견하여 시계열에 자연로그를 취해서 왜도를 시정해 주어야 한다고 하였다. 또한 불안정 시계열 모형인 1차 차분된 3차 이동 평균모형 IMA(1,3)가 데이터를 가장 잘 설명한다고 하였다. 이러한 이유로 우리는 French, Schwart and Stambaugh(1987)가 언급한대로 현물의 변동성이 왜도가 높고 불안정(nonstationary)하다는 점에 주목하여 먼저 본 연구의 자료에 대하여 왜도와 단위근 검정을 하였다.

<표 4>에서 내재변동성 시계열의 정규성을 검증하였다. 왜도는 0.015 정도로 거의 0에

가깝고 첨도가 2.20으로 3보다는 조금 작은 값을 보여주고 있었다. 그리고 정규분포에 대한 검정통계량인 Jarque-Bera값이 0임을 기각할 수 없으므로 정규 분포라고 생각할 수 있었다. 이러한 사실은 내재변동성은 주식시장의 경우와는 달리 커다란 시장의 움직임에 변동성이 크게 변하지 않기 때문이라고 생각할 수 있다. 또한, 시계열이 불안정하다면 AR(1) 프로세스를 가정할 수 없으므로 단위근 검정을 하였다. 단위근 검정 결과에 사용한 방법은 Dicky-Fuller 검정을 이용하였다. 1차 자기 상관모형으로 검정한 결과 검정 통계량 값이 약 -4.196으로 1% 유의수준에서 단위근을 기각할 수 있었다. 즉, 이 시계열은 안정적 시계열임을 확인 할 수 있었고 Poterba and Summers(1986), Stein(1989)의 연구와 동일한 결과를 보여주었다. 또한 모델에 관한 진단(diagnosis)을 위해 잔차의 자기상관도표와 부분 자기상관도표를 본 결과 Box-Ljung의 Q통계량이 유의하지 않는 값을 보이고 있어 백색 잡음(white noise)임을 보여주고 있다.

<표 3>최근월물 내재변동성의 자기상관, 부분자기상관계수

lag	자기상관계수	부분자기상관계수	lag	자기상관계수	부분자기상관 계수
1	0.765	0.765	16	0.282	0.062
2	0.636	0.121	17	0.302	0.069
3	0.537	0.043	18	0.298	-0.025
4	0.484	0.084	19	0.276	0.016
5	0.420	-0.005	20	0.280	0.022
6	0.376	0.028	21	0.307	0.109
7	0.398	0.167	22	0.292	-0.043
8	0.353	-0.071	23	0.299	0.065
9	0.351	0.085	24	0.328	0.070
10	0.324	-0.006	25	0.288	-0.104
11	0.312	0.014	26	0.233	-0.082
12	0.267	-0.043	27	0.200	0.005
13	0.278	0.109	28	0.104	-0.251
14	0.276	-0.004	29	0.035	-0.037
15	0.268	0.028	30	-0.011	-0.064



<그림 1> AR(1)모형의 적합성 검정 그래프

<표 4> 최근월물의 기초 통계량

통계량	값
평균	0.6736
중간값	0.6575
최대	1.005
최소	0.2515
표준편차	0.1721
왜도	0.0150
첨도	2.2090
Jarque-Bera	3.4724
P값	0.1762

3.4 검정결과

(식 28)은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$(i_t^d - \bar{\sigma}) = \beta(\rho, T)(i_t^n - \bar{\sigma}) \quad (\text{식 } 29)$$

즉, 탄력성 β 는 평균회귀 모수 ρ 와 최근월물 옵션의 잔존만기 T 를 변수로 갖는 함수이다. 만약, ρ 가 정해져 있다면 (식 29)의 β 는 T 에 따라 달라지기 때문에 최근월물과 근월물 사이의 탄력성은 상수라고 생각할 수 없다. 그래서 본 연구에서는 실증적인 탄력성과 비교할 때 Diz and Finucane(1993)의 방법¹⁴과 유사한 방법으로 이론적인 탄력성의 평균을 이용하여 검정한다. 또한, 근월물 옵션의 내재변동성은 2달동안의 평균과 같고 최근월물 옵션의 내재변동성은 첫 번째 달의 평균과 같다. 또한 한 달이 지난 후의 최근월물 옵션의 내재변동성은 두 번째 달의 평균과 같다. 이렇게 되면 2달 동안의 평균은 한 달과 그 다음 달의 평균의 평균과 같게 되므로 이러한 논리에 의해 이론적인 탄력성은 $\beta = \frac{1+\rho^{30}}{2}$ 와 같이 근사할 수 있다. 물론 이와 같은 관계는 만기가 정확히 한 달과 두 달이 남았을 경우에 가능하다. 그러나 Stein(1989)의 연구처럼 주간 자료를 사용하면 T 의 변화정도가 적기 때문에 위의 선형근사방법을 통해 이론 탄력성의 대체로 사용할 수 있으나 본 연구의 경우 T 가 변함에 따라 탄력성의 변화정도가 심하기 때문에 이와 같은 근사의 방법을 사용할 수가 없다. 이 방법은 오직 최근월물과 근월물의 만기가 정확히 한 달과 두 달이 남았을 경우에만 성립한다.

$(i_t^d - \bar{\sigma})$ 를 $(i_t^n - \bar{\sigma})$ 에 회귀분석 함으로써 만기구조를 검정할 수 있다. 먼저, 회귀분석의 결과를 보기 전에 이론적으로 ρ 가 주어졌을 때 위에서 언급한 $\beta(\rho, T)$ 가 어떠한 값들을 갖게 되는지 알아보기 위해 <표 5>에서 계산해 보았다.

<표 5>에서 알 수 있는 것처럼 $\beta(\rho, T)$ 의 값은 우리가 실제 최근월물 내재변동성의 프로세스에서 구한 ρ 값인 0.765의 값에 대하여 약 0.14와 0.50 사이에 있음을 알 수 있고 실증적인 탄력성과의 비교를 위해 잔존만기에 따른 이론적인 값들의 평균 0.33을 구하였다.

14 Diz and Finucane(1993)은 실증적인 탄력성과 비교할 이론적인 값을 구할 때 T 에 대한 탄력성의 표본 평균을 사용하였다. 즉 프로세스를 통해 구해진 ρ 와 T 의 변화 값을 사용하여 평균을 계산한 것이다. 이런 방법을 사용한 이유는 그들이 사용한 자료는 각 잔존만기 일수에 따른 자료를 전부 사용하지 않았기 때문이다.

<표 5> $\rho=0.765$ 일 때 잔존만기에 따른 β 의 합리적인 값

t	β	t	β
1	0.137234	16	0.352677
2	0.150656	17	0.365548
3	0.164576	18	0.378043
4	0.178908	19	0.390158
5	0.193558	20	0.401893
6	0.208433	21	0.413254
7	0.223440	22	0.424247
8	0.238493	23	0.434879
9	0.253511	24	0.445163
10	0.268420	25	0.455107
11	0.283158	26	0.464725
12	0.297669	27	0.474027
13	0.311908	28	0.483026
14	0.325840	29	0.491733
15	0.339436	30	0.500162

평균 : 0.329301

이제 우리가 가지고 있는 자료로 두 내재변동성간의 탄력성인 $\beta(\rho, T)$ 를 구해보도록 하겠다. 본 연구에서는 회귀분석을 하는데 단순 OLS를 이용하지 않고 시계열에서 흔히 나타나는 잔차의 계열 상관을 설명할 수 있는 Hansen(1982)의 GMM 방법을 사용하여 회귀분석을 하였다. 그 결과 <표 6>에서 보는 것처럼 1% 유의수준에서 약 0.77의 β 값을 얻었다.

<표 6> $i_t^d = \alpha + \beta i_t^n$ 의 추정결과

parameter	estimate	Std. Error	t-statistic	P-value
α	0.171648	0.04859	3.53	0.0006
β	0.766268	0.06750	11.35	0.0001

$R^2 : 0.6762, AdjR^2 : 0.6738$

이 결과로 보아 <표 5>에서 보여주고 있는 합리적 기대가설 하에서의 값 즉 약 0.33의 값에 비해 훨씬 큰 약 0.77을 보여주고 있으며 최대값 0.50 보다도 큰 값을 보이고 있다. 결국 시장은 평균회귀하지 않고 최근월물과 근월물이 거의 비슷한 크기로 움직임을 알 수

있었다. 이러한 결과는 시장 참가자들이 새로운 정보가 시장에 들어왔을 때 최근월물에 대한 과거의 자료에 의해 내재변동성이 평균으로 회귀하고 있음을 알면서도 최근월물에 영향을 미친 정보에 과잉반응을 보임으로써 최근정보에 민감함을 알 수 있다. 합리적으로는 근월물 옵션에 남아있는 정보의 양은 최근월물 정보의 33%가 되어야 하나 실제 시장에서는 77% 정도가 영향을 끼치게 되어 근월물의 가격 변화의 주요한 요인이 되는 것이다. 결과적으로 이러한 사실은 내재변동성의 만기구조에 관한 합리적 시장가설을 기각하고 있다는 결론에 이르게 된다. 또한, 실제 시장에서 과잉반응이 나타나고 있지 않는데 이러한 결론이 나왔다면 내재변동성을 구한 옵션가격 결정모형인 Black and Scholes(1973) 모형에 오류가 있다고 볼 수 있다. 즉, 결합가설을 기각하는 것이다.

3.5 모형 재설정에 의한 검정

Diz and Finucane(1993)은 Stein(1989)의 실증적 분석 방법에 관련된 문제점들을 제기하고 지수옵션에 대한 과잉반응의 증거를 발견할 수 없다고 보고했다. 한국시장에도 위의 방법을 사용하여 직접 과잉반응 검정을 해 보도록 하겠다.

3.5.1 Stein(1989) 방법의 문제점

사실 (식 28)과 같은 회귀분석은 장기 평균 변동성(long run mean volatility)을 관찰할 수 없기 때문에 행해질 수 없다. 그래서 (식 28)의 모형은 다음과 같은 모형을 통해 회귀분석을 한다.:

$$i_t^d = [1 - \beta(\rho, T)] \bar{\sigma} + \beta(\rho, T) i_t^n \quad (\text{식 30})$$

T가 상수라는 가정 하에 (식 30)을 변형시키면 다음처럼 간단한 실증 모형으로 만들 수 있다.:

$$i_t^d = \alpha + \beta i_t^n + e_t \quad (\text{식 31})$$

여기서, $E[e_t] = 0$, $E[e_t e_s] = 0$, $\forall t \neq s$

$$E[e_t^2] = \sigma_e^2, e_t \sim iidN(0, \sigma_e^2)$$

Stein(1989)은 (식 31)을 OLS를 사용하여 추정하였고 추정된 잔차의 자기상관계수에 대한 추정치의 표준오차(standard error)를 GMM을 통해 고쳐 주었다. 그러나 추정된 잔차의 계열 상관은 일반적으로 모형의 잘못된 설정의 결과로 발생하게 되므로 (식 31)이 맞는 모형 설정인가 하는 의문이 생긴다. 즉 이러한 문제에 대한 해결방법은 Henry and Mizon(1978)이 말한 것처럼 재추정(re-estimation)이 아니라 모형의 재설정(revised specification)이다. 이러한 문제로 인하여 Diz and Finucane(1993)는 모형의 잔차에 관한 다른 가정을 세우고 과잉반응을 검정한다.

3.5.2 모형의 추정

위 식에서 볼 수 있는 것처럼 최근월물과 근월물 내재변동성 사이의 이론적 관계는 잔존만기의 함수이다. 또한 두 옵션의 잔존만기가 증가함에 따라 절편(intercept term)은 감소하는 반면 기울기는 증가한다. 즉 두 내재변동성의 관계는 더 밀접해진다. 이러한 결과로 위 식의 오차항은 계열 상관을 가질 것이다.

이러한 이유로 Diz and Finucane(1993)은 다른 대안을 제시한다:

$$i_t^d = \alpha + \beta i_t^n + e_t \quad (\text{식 32})$$

여기서, $e_t = \phi e_{t-1} + u_t, E[u_t] = 0$

$$E[u_t u_s] = 0 \quad \forall t \neq s, E[u_t^2] = \sigma_u^2$$

$$u_t \sim iidN(0, \sigma_u^2)$$

위 (식 32)에서 정의된 모형은 정확한 실증적 모형을 위한 가설이다. 이모형이 맞는다는 가정 하에서 식은 다음과 같이 다시 쓰일 수 있다:

$$i_t^d = \alpha(1 - \phi) + \phi i_{t-1}^d + \beta i_t^n - \phi \beta i_{t-1}^n + u_t \quad (\text{식 33})$$

(식 33)을 실증 분석을 위한 틀로 바꾸어 주면 다음과 같이 쓸 수 있다:

$$i_t^d = \gamma_0 + \gamma_1 i_{t-1}^d + \gamma_2 i_t^n + \gamma_3 i_{t-1}^n + u_t \quad (\text{식 34})$$

이때 위의 식들이 맞는 가정이라면 위 가정의 계수들에 관하여 다음과 같은 식이 만족해야한다.

$$\gamma_1\gamma_2 + \gamma_3 = 0 \quad (\text{식 35})$$

이 검정은 Stein(1989)의 실증적 모형의 정확성을 평가하기 위해 만들어진 것이다. 위의 가정이 맞는다면 Diz and Finucane(1993)의 모형 설정이 적용되는 것이 타당한 것이 될 것이다.

3.5.3 검정결과

(식 35)를 검정할 수 있는 Wald 검정을 통해서 한국시장에서의 자료가 Diz and Finucane(1993)이 말한 잔차의 1차 자기상관 성질을 갖는지 검정해 보았다. <표 7>에서 볼 수 있는 것처럼 Wald 검정의 결과는 (식 35)의 가정이 기각됨을 보이고 있다. 그래서 Diz and Finucane(1993)의 방법은 계속 진행시킬 수 없었고 한국시장에서는 그들이 말하는 모형이 더 정확한 모형은 아니라는 것을 알 수 있다.

<표 7> 모형 재설정 검정 결과

	estimate	Std. Error
γ_0	0.099766	0.032167
γ_1	0.345411	0.086489
γ_2	0.452092	0.071529
γ_3	-0.065504	0.078302
Wald Test		
F-Statistic : 18.25247 P-value : 0.000037		

3.6 프로세스의 가정이 필요 없는 검정

이번 절에서는 Campbell and Shiller(1984)의 이자율의 만기구조에 관한 합리적 기대가 설을 검정한 방법을 사용하였다. 내재변동성의 만기구조가 선형관계를 갖는다면 다음과 같이 쓸 수 있다.:

$$i_t^d - \bar{\sigma} = 1/2[(i_t^n - \bar{\sigma}) + E_t(i_{t+30}^n - \bar{\sigma})] \quad (\text{식 36})$$

위의 (식 36)을 정리하면 다음과 같다:

$$E_t[(i_{t+30}^n - i_t^n) - 2(i_t^d - i_t^n)] = 0 \quad (\text{식 37})$$

위의 값은 합리적 기대가설에 의하면 추정 오차가 백색잡음이어야 한다. 만약 과잉반응이 있다면 추정 오차는 i_t^n 과 음의 상관관계를 가짐을 알 수 있다. 즉 i_t^n 이 높아지고 i_t^d 는 합리적 기대에 비해 더 높아지게 된다면 (식 37)은 음의 추정 오차를 나타내게 될 것이다. 그러나 변동성이 시간에 대하여 선형으로 움직이지 않는다면 이러한 검정은 의미를 지니지 못한다.¹⁵

그래서 i_t^n 를 (식 37)의 예측 오차에 회귀분석을 함으로써 과잉반응을 검정 할 수 있다. 회귀분석은 독립변수와 종속변수에 같은 변수 i_t^n 가 나타나고 있어 잔차의 계열 상관을 설명해 줄 수 있는 GMM방법을 사용하였다.

<표 8> 프로세스 가정이 필요 없는 경우의 검정결과

parameter	estimate	Std. Error	t-statistic	P-value
α	0.14258	0.08013	1.78	0.0775
β	-0.311954	0.11175	-2.79	0.0060

<표 8>에서 볼 수 있는 것처럼 추정치는 1%유의 수준에서 -0.31의 값을 보이고 있다. 결국 위의 방법에 의하면 옵션 시장은 AR(1)을 가정하고 검정한 결과와 동일하게 과잉반응을 나타내고 있음을 알 수 있다. 그러나 위의 결과는 우리가 AR(1)을 가정하고 행한 검정결과와 크기에 있어서 조금 다른 결과를 보여주고 있다.

선형 근사 방법은 최근월물의 잔존만기가 정확히 한 달일 때 성립하게 되는데 잔존만기가 짧아질수록 위의 측정오차는 점점 양의 값을 보이게 된다. 즉 AR(1)의 모수는 0.765이고 이론적 탄력성은 잔존만기가 한 달일 때 0.5정도의 값을 보여주고 있다. 이러한 값들에

15 선형근사방법은 현실과 맞지 않을 수 있으나 이러한 가정은 평균회귀의 정도를 느리게 만들어 과잉반응의 가설을 기각하게 만들게 되므로 검정을 보수적으로 만든다.

의하면 측정오차는 거의 0에 가까워진다.¹⁶ 하지만 잔존만기가 계속 줄어들어 따라 양의 값을 보이게 되면서 평균적으로 0.46의 값을 보이게 된다. 이에서 볼 수 있는 것처럼 선형 근사의 방법은 양으로의 편향을 갖게 된다. 즉, 과잉반응가설을 기각하게 만들어 검정을 보수적으로 만든다.

이와 같은 논리로 평균적으로 구해진 실증적인 탄력성 0.77을 사용하면 잔존만기가 한 달일 경우에는 계수가 -0.54 ¹⁷의 값을 보이고 있지만 잔존만기가 하루일 경우에는 0.23의 값을 보이고 있어 평균적으로 -0.43 ¹⁸정도의 값을 보이게 된다. 이 값은 우리의 실증적인 결과인 -0.31 보다 더 큰 과잉반응의 결과를 나타내주고 있다.

이 결과로서 추측할 수 있는 것은 두 가지가 있다. 첫째로, AR(1)프로세스의 가정이 한국의 내재변동성을 적절하게 설명하지 못하는 모형이라는 것이다. 이러한 이유로 AR(1)보다 변동성을 잘 설명할 수 있는 다른 프로세스를 찾아서 이와 비슷한 연구를 행한다면 프로세스의 가정 없이 행한 위의 결과와 비슷한 값을 보이게 될 것이다. 두 번째로, Campbell and Shiller(1984)의 이자율의 만기구조에 관한 연구에서 사용한 선형 근사 방법은 잔존만기가 정확히 한 달일 경우에만 성립하고 잔존만기가 줄어들어 따라 성립하지 않는다. 이는 시간이 갈수록 T 가 줄어들어 따라 탄력성이 줄어들게 되어 i_t^d 의 변화량이 작아지게 되는 효과와 또한 i_{t+30}^n 의 값이 AR(1)에서 가정한 것처럼 지수적으로 평균에 회귀하지 않고 선형으로 가정했으므로 회귀의 정도가 느려서 계속 큰 상태로 남아 있으므로 계수가 더 커지게 된다. 그래서 AR(1)을 가정하고 계산한 이론적인 측정오차에 비해 과잉반응의 정도가 작게 나오게 된다.

이처럼 선형 근사가 정확성을 잃는 문제점이 발생하므로 Stein(1989)의 연구처럼 이러한 효과를 줄일 수 있게 주간 자료를 사용하여 두 결과의 차이가 없게 만드는 것이 더 나은 방법이라 생각된다. 그러나 이처럼 양의 값을 갖게 되는 편향에도 불구하고 회귀식의 계수가 음의 값을 갖게 되므로 옵션시장에서는 과잉반응이 나타나고 있음을 알 수 있다.

16 $0.76530 - 2 * 0.50 + 1 = 0.0003$

17 $0.76530 - 2 * 0.77 + 1 = -0.54$

18 잔존만기가 30일 때부터 1일 때까지의 평균을 사용하였다.

IV. 결 론

과잉반응가설이란 과잉 변동성을 인지심리학에서 제기하고 있는 인간행동의 비합리성 가설에 근간한 인간의 정보에 대한 과잉반응현상에서 찾고자 하는 접근방법으로서 특정시점 이전에 정보가 적절한 가치보다 과대하게 평가되어 시장에 반영된다는 것이다. 본 연구를 통해서 한국 옵션 시장에서의 내재변동성 프로세스를 AR(1)이므로 추정하고 내재변동성의 만기구조를 검정하여 옵션시장의 과잉반응의 증거를 찾아낼 수 있었다. AR(1)프로세스의 가정을 통해 최근월물과 근월물의 내재변동성에 대한 이론적인 선형 모형이 나오는데, 이모형을 실제 시장의 자료를 통해 회귀 분석한 결과와 비교했을 때 평균회귀(mean-reverting)모형의 특성을 보이지 않고 최근월물과 근월물의 변동성이 거의 같은 크기로 움직인다는 사실을 알 수 있었다. 즉, 최근에 들어온 정보에 과잉반응을 보여 최근월물과 근월물의 내재 변동성의 평균과의 편차, 즉 정보의 효과가 거의 같은 크기를 보인다는 것이다. 이러한 사실은 내재변동성을 구한 옵션가격결정 모형이 맞고 변동성에 대한 기대는 합리적 시장 가설 하에서 움직인다는 결합가설을 기각할 수 있는 것이다. 만약 옵션가격결정모형이 맞다면 이로부터 구해진 내재변동성에서 나온 결과가 내재변동성의 만기구조에 지속적인 과잉반응의 증거가 됨을 알 수 있다. 또한 실제 시장에서는 과잉반응이 일어나지 않고 있는데 이러한 결과가 나왔다면 이러한 증거는 내재변동성을 구한 옵션가격결정 모형이 잘못 되었다는 것을 말해주고 있는 것이다.

Diz and Finucane(1993)이 Stein(1989)의 실증분석 방법을 부정하고 잔차에 관한 모형 설정을 달리하여 검증한 방법은 한국시장에서는 기각되었다. 또한, Campbell and Shiller(1984)가 이자율의 잔존만기구조에 사용한 방법으로 내재변동성의 프로세스에 관한 가정 없이 검정한 결과는 AR(1)의 가정 하에서 내린 결론과 동일하게 통계적으로 유의한 과잉반응의 결론을 보여주었다. 그러나 영향의 절대적인 값이 AR(1)을 가정한 결과와 차이가 조금 나는 것을 알 수 있었으나 이러한 원인은 선형근사의 방법에 의한 오차라고 해석할 수 있었다.

이러한 통계적 유의함에도 불구하고 본 연구에서 발견된 과잉반응은 주식이나 채권과 같은 다른 금융자산에 비해 경제적으로는 의미가 크지 않다. 예를 들어 이론적인 탄력성이 0.85 이나 실제가 0.95라고 하자. 만약 변동성의 평균이 15%이고 최근월물의 변동성이 25%라고 하면 근월물의 내재변동성은 23.5%¹⁹ 가 되어야 한다. 그러나 실제로는 24.5%가

될 것이다. 이때 잔존만기가 두 달인 ATM 유럽형 옵션이 있다고 생각하자. 이자율이 10%이고 초기 주식의 가격이 100이고 23.5%의 변동성을 사용하면 가격은 4.66이 된다. 하지만 24.5%의 변동성을 사용했을 경우 4.82의 값을 갖게 된다. 즉 약 3.4%정도 과대평가 되는 것이다. 또한 이론적인 탄력성이 0.65정도라고 생각했을 때는 21.5%의 변동성이 얻어지고 4.35의 가격이 나오게 된다. 즉 4.82는 약 10.8% 정도 과대평가 되는 것이다. 즉 탄력성의 차이가 극명한 경우에도 크나큰 가격의 차이를 느낄 수는 없다. 그러나 만약 잔존만기가 한 달과 두 달짜리 옵션이 아닌 한 달과 2년짜리의 옵션을 비교 했다면 경제적인 의미가 커질 것이라 생각된다. 그래서 한국 옵션 시장에서도 잔존만기가 긴 옵션들이 활발하게 거래가 된다면 본 연구와 같은 방법을 통해 더욱 의미 있는 연구를 진행 시킬 수 있을 것이다.

이러한 증거를 바탕으로 실제 투자를 할 경우 최근월물의 내재변동성이 장기적인 평균보다 클 경우 근월물 옵션은 합리적인 가격에 비해 고평가 되어 있으므로 근월물 옵션을 매도하고 반대의 경우 매수를 하면 이익을 얻을 수 있으리라 생각된다. 그러나, 실제 시장에서 이러한 차익거래를 행하는 데에는 지수옵션이 지니고 있는 문제점이 따르게 되므로 시장이 비효율적인 상태로 남아 있을 수 있다. 즉, KOSPI 200과 정확히 같은 지수를 만들어야 하고 실제 거래를 위해서 정확한 비율로 200개의 주식을 동시에 거래해야하므로 현실적으로 불가능하다. 또한, 대리 포트폴리오(proxy portfolio)를 만든다 하더라도 유동성이 높은 종목으로 구성되어야 하고 지수와 밀접하게 움직이도록 종목들의 비율이 결정되어야 한다. 이에 대한 대안으로 지수선물을 이용할 수 있으나 KOSPI 200과 KOSPI 200 선물사이에 완벽한 상관관계를 가지고 있지 못하므로 이 또한 재정거래를 힘들게 하는 이유가 될 수 있다. 그래서 이 뿐 아닌 여러 이유들로 Evgine and Rudd(1985)는 투자자들이 낮은 위험으로 지수옵션에 대한 재정거래를 행할 수 없기 때문에 시장은 어느 정도 비효율적이라고 결론지었다.

참 고 문 헌

- 김술(2007), “콜/풋옵션 거래금액 비율의 정보효과,” 선물연구, 제15권, 제2호, pp. 31-53.
 김철교, 박승직(1993), “기업의 적자전환정보에 대한 주가의 과민반응에 관한 실증분석,”

19 23.5 = 15 + 0.85 (25-15)

산업혁신연구 (제24권 3호), 2008. 12. pp. 25~63.

증권학회지, 제15권, 제1호, pp. 53-77.

김희집, 남상구, 조지호, 배창모, 윤정용, 김영일, 안상국, 김창희(1988), "우리나라 증권시장에서의 주가의 과민반응에 관한 연구," 증권학회지, 제10권, 제1호, pp. 1-24.

선우석호, 윤영섭, 강호석, 이원흠, 김선웅, 오세경(1994), "한국주식시장에서의 과잉반응과 기업특성적 이례현상에 관한 연구," 증권학회지, 제17권, 제1호, pp. 167-218.

Ball, R. and S. P., Kothari(1989), "Nonstationary Expected Returns: Implication for Tests of Market Efficiency and Serial Correlation in Returns," *Journal of Financial Economics*, Vol. 25, No. 1, pp. 51-74.

Beckers, S.(1981), "Standard Deviations Implied in Option Prices as Predictors of Future Stock Price Variability," *Journal of Banking and Finance*, Vol. 5, No. 3, pp. 363-381.

Black, F. and M., Scholes(1973), "The Pricing of Options and Corporate Liabilities," *Journal of Political Economy*, Vol. 81, No. 3, pp. 637-654.

Brenner, M. and M., Subrahmanyam(1988), "A Simple Formula to Compute the Implied Standard Deviation," *Financial Analysts Journal*, Vol. 44, No. 5, pp. 80-83.

Brown, K. and W., Harlow(1988), "Market Overreaction: Magnitude and Intensity," *Journal of Portfolio Management*, Vol. 14, No. 4, pp. 6-13.

Campbell, J. and R., Shiller(1984), "A Simple Account of the Behavior of Long-term Interest Rates," *American Economic Review Papers and Proceedings*, Vol. 74, No. 2, pp. 44-48.

Chan, K. C.(1988), "On the Contrarian Investment Strategy," *Journal of Business*, Vol. 61, No. 2, pp. 147-163.

Chan, K. C. and N., Chen(1991), "Structural and Return Characteristics of Small and Large Firms," *Journal of Finance*, Vol. 46, No. 4, pp. 1467-1484.

Chance, D.(1996), "A Generalized Simple Formula to Compute the Implied Volatility," *Financial Review*, Vol. 31, No. 4, pp. 859-867.

Chiras, D. and S., Manaster(1978), "The Information Content of Option Prices and a Test of Market Efficiency," *Journal of Financial Economics*, Vol. 6, No. 2, pp. 213-234.

Cox, J., S., Ross, and M., Rubinstein(1979), "Option Pricing: A Simplified Approach,"

- Journal of Financial Economics*, Vol. 7, No. 3, pp. 229-263.
- DeBondt, W. and R., Thaler(1985), "Does the Stock Market Overreact?" *Journal of Finance*, Vol. 40, No. 3, pp. 793-808.
- DeBondt, W. and R., Thaler(1987), "Further Evidence on Investor Overreaction and Stock Market Seasonality," *Journal of Finance*, Vol. 42, No. 3, pp. 557-581.
- Diz, F. and T., Finucane(1993), "Do the Options Markets Really Overreact?" *Journal of Futures Markets*, Vol. 13, No. 3, pp. 299-312.
- Evnine, A. and R., Rudd(1985), "Index Options: the Early Evidence," *Journal of Finance*, Vol. 40, No. 3, pp. 743 - 755.
- Fama, E. and K., French(1988), "Permanent and Temporary Components of Stock Prices," *Journal of Political Economy*, Vol. 96, No. 2, pp. 246-273.
- French, K., W., Schwert, and R., Stambaugh(1987), "Expected Stock Returns and Volatility," *Journal of Financial Economics*, Vol. 19, No. 1, pp. 3-29.
- Garman, M.(1976), "A General Theory of Asset Valuation under Diffusion State Processes," Working Paper, No. 50, University of California, Berkeley.
- Geske, R.(1979), "The Valuation of Compound Options," *Journal of Financial Economics*, Vol. 7, No. 1, pp. 63-81.
- Hansen, L. P.(1982), "Large Sample Properties of Generalized Method of Moments Estimators," *Econometrica*, Vol. 50, No. 4, pp. 1029-1054.
- Harvey, C. and R., Whaley(1991), "S&P 100 Index Option Volatility," *Journal of Finance*, Vol. 46, No. 4, pp. 1551-1561.
- Harvey, C. and R., Whaley(1992), "Market Volatility Prediction and the Efficiency of the S&P100 Index Option Market," *Journal of Financial Economics*, Vol. 31, No. 1, pp. 43-73.
- Henry, F. and E., Mizon(1978), "Serial Correlation as a Convenient Simplification, Not a Nuisance: A Comment on a Study of the Demand for Money by the Bank of England," *Economic Journal*, Vol. 88, No. 3, pp. 549-563.
- Howe, J. S.(1986), "Evidence on Stock Market Overreaction," *Financial Analysts Journal*, Vol. 42, No. 4, pp. 74-77.
- Hull, J. and A., White(1987), "The Pricing of Options on Assets with Stochastic

산업혁신연구 (제24권 3호), 2008. 12. pp. 25~63.

- Volatilities," *Journal of Finance*, Vol. 42, No. 2, pp. 281-300.
- Kahneman, D. and A., Tversky(1974), "Judgement under Uncertainty: Heuristics and Biases," *Science*, Vol. 185, No. 4157, pp. 1124-1131.
- Lamoureux, C. and W., Lastrapes(1993), "Forecasting Stock-return Variance: Toward an Understanding of Stochastic Implied Volatilities," *Review of Financial Studies*, Vol. 6, No. 2, pp. 293-326.
- Latane, H. and R., Rendleman, Jr.(1976), "Standard Deviations of Stock Price Ratios Implied in Option Prices," *Journal of Finance*, Vol. 31, No. 2, pp. 369-381.
- Lehmann, B.(1990), "Fads, Martingales, and Market Efficiency," *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 105, No. 1, pp. 1-28.
- Mayhew, S.(1995), "Implied Volatility," *Financial Analysts Journal*, Vol. 51, No. 4, pp. 8-20.
- Merton, R. C.(1973), "Theory of Rational Options Pricing," *Bell Journal of Economics and Management Science*, Vol. 4, No. 1, pp. 141-183.
- Merton, R. C.(1976), "Option Pricing When Underlying Stock Returns are Discontinuous," *Journal of Financial Economics*, Vol. 3, No. 1, pp. 125-144.
- Poterba, J. and L., Summers(1986), "The Persistence of Volatility and Stock Market Fluctuation," *American Economic Review*, Vol. 76, No. 5, pp. 1142-1151.
- Schmalensee, R. and R., Trippi(1978), "Common Stock Volatility Expectation Implied by Option Premia," *Journal of Finance*, Vol. 33, No. 1, pp. 129-147.
- Stein, J.(1989), "Overreactions in the Options Market," *Journal of Finance*, Vol. 44, No. 4, pp. 1011-1023.
- Trippi, R.(1977), "A Test of Option Market Efficiency Using a Random-walk Valuation Model," *Journal of Economics and Business*, Vol. 29, No. 1, pp. 93-98.
- Whaley, R.(1982), "Valuation of American Call Options on Dividend-Paying Stocks: Empirical Tests," *Journal of Financial Economics*, Vol. 10, No. 1, pp. 29-58.
- Zarowin, P.(1989), "Short-Run Market Overreaction: Size and Seasonality Effects," *Journal of Portfolio Management*, Vol. 16, No. 1, pp. 26-29.
- Zarowin, P.(1990), "Size, Seasonality and Stock Market Overreacion," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 25, No. 1, pp. 113-125.

옵션시장의 과잉반응에 관한 연구: 1997-1998년 외환위기를 전후하여

07/09/2008 접수, 08/25/2008 1차 수정, 09/19/2008 2차 수정, 10/27/2008 게재

Overreaction in the Options Market: Around the Asian Financial Crisis of 1997-1998¹

Kim, Sol²

Abstract

This paper examine the overreaction hypothesis of KOSPI 200 index options market around the Asian Financial Crisis of 1997-1998. Because implied volatility is strongly mean reverting, the implied volatility on a longer maturity option should move by less than one percent in response to a one percent move in the implied volatility of a shorter maturity option. As a result, we found that this elasticity turns out to be larger than suggested by rational expectations theory. That is, long-maturity options tend to "overreact" to change in the implied volatility of short-maturity options. For the robustness check, we identifies some problems associated with the above mentioned empirical tests and an alternate set of tests following Diz and Finucane(1993). Also we consider a more general test procedure which does not specify a particular stochastic process for volatility following Campbell and Shiller (1984). Irrespective of the estimation method, the overreaction of the options investors is observed in KOSPI 200 index options market. In conclusion, there was the overreaction of the investors in the options market around the Asian Financial Crisis of 1997-1998.

Keywords : Black and Scholes, Options, Overreaction, Mean-reversion, Asian financial crisis

1 This work was supported by Hankuk University of Foreign Studies Research Fund of 2008.

2 Assistant Professor, School of Business, Hankuk University of Foreign Studies, 270 Imun-Dong, Dongdaemun-Gu, Seoul 130-791. tel: 82-2-2173-3124, e-mail: solkim@hufs.ac.kr

유통시장의 과잉반응에 관한 연구: 1997-1998년 외환위기를 전후하여

저자소개



김 솔

현재 한국외국어대학교 경영학부 조교수

최종학력: KAIST 경영공학 박사

관심분야: 파생상품가격결정 및 헤징