

# Heston(1993) 모형을 이용한 옵션 내재변동성의 미래 변동성 예측\*

김 솔\*\*

## 〈요약〉

본 논문에서는 KOSPI 200 옵션 시장으로부터 도출된 내재변동성과 기초 자산의 과거 자료를 이용한 역사적 변동성을 이용하여 KOSPI 200 지수의 미래 실현변동성에 대한 예측력을 검증한다. 옵션 시장의 내재변동성을 추정하기 위하여 확률 변동성을 고려한 Heston(1993) 모형과 Black-Scholes(1973) 모형을 이용하였고 미래 실현변동성과 역사적 변동성 추정을 위하여 KOSPI 200 지수의 5분 간격 고빈도 자료를 이용하였다. 연구 결과 Heston(1993) 모형으로부터 추정된 옵션 내재변동성은 미래 실현변동성에 대하여 가장 우수한 예측력을 보여주었다. 또한 미래 실현 변동성에 대하여 불편 추정치를 제공하였고 고빈도 자료를 이용한 역사적 변동성 뿐 아니라 Black-Scholes(1973) 모형으로부터 추정된 내재변동성의 예측 정보를 모두 담고 있는 정보 효율성을 지닌 예측치를 제공함을 알 수 있다.

핵심 주제어: 옵션, 블랙숄츠, 확률변동성, 일증자료, 변동성예측  
JEL 분류번호: G13, G14

## I. 서론

현재 자본시장은 국제화, 개방화, 증권화 등을 통하여 변동성이 증대되고 있다. 한국의 자본 시장도 1997년 IMF 외환위기 이후 변동성의 폭이 증대되었고 이에 따른 금융기관의 위험관리 필요성이 증대되었다. 위험관리의 가장 중요한 핵심은 미래 변동성에 대한 예측이다. 이를 통하여 VaR(Value at Risk) 값의 계산을 통한 자

접수일(2009년 7월 23일), 수정일(2009년 11월 2일), 게재확정일(2010년 6월 10일)

\* 이 논문은 2008년 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 수행된 연구입니다(KRF-2008-327-B00258). 본 논문에 유익한 논평을 해주신 두분 익명의 논평자에게 감사드립니다.

\*\* 한국외국어대학교 글로벌경영대학 부교수(solkim@hufs.ac.kr)

기자본의 적립으로 위험에 대비할 수 있는 것이며 이 뿐 아니라 미래 변동성에 대한 예측은 옵션 등 미래 변동성에 대하여 민감한 투자 자산의 경우 가격 결정에 중요한 요소로서 작용되기에 파생상품의 가격 결정 측면에서도 중요한 역할을 한다. 따라서 미래 변동성 예측은 금융기관의 위험관리와 파생상품 투자 및 헤징(hedging) 측면에서 모두 중요한 위치를 차지함을 알 수 있다.

미래 변동성을 예측하는 방법으로는 기초 자산의 과거 시계열 자료(time series data)를 이용한 GARCH, RiskMetrics에서 사용하는 EWMA(exponentially weighted moving average) 등의 방법과 옵션 가격으로부터 도출되는 내재변동성(implied volatility)을 이용한 방법이 있다. 과거 실증 분석 결과들은 과거 시계열 자료를 이용한 경우 보다 옵션 시장으로부터 추출된 내재변동성이 미래 실현변동성을 효율적으로 예측할 수 있다는 실증 결과를 보여주었다. 초기 연구인 Latane and Rendleman(1976)에서는 주식옵션 횡단면 자료를 분석하여 높은 내재변동성을 가진 주식은 높은 사후적 실현 변동성을 가진다는 것을 보여주었다. 시계열 자료를 이용한 이후의 연구들에서는 역사적 변동성(historical volatility)이 미래 실현변동성에 더 나은 예측치를 제공한다는 Canina and Figlewski(1993)의 연구를 제외하고는 Day and Lewis(1992), Lamoureux and Lastrapes(1993), Jorion(1995), Fleming(1998), Christensen and Prabhala(1998), Fung(2007), Giot and Laurent(2007), Ferris, Kim, and Park(2008) 등의 연구들에서는 옵션 내재변동성이 미래 실현변동성에 높은 설명력을 가짐을 보였고 일부 연구의 경우 옵션 내재변동성이 미래 실현 변동성에 대하여 불편 추정치(unbiased estimator)이며 효율적 예측치(effective estimator)임을 보여주고 있다. KOSPI 200 옵션시장에서 내재변동성의 예측력여부를 살펴본 이재하·권상수(2001)의 연구에서는 옵션 내재변동성의 예측력을 분해하여 거래량이 많은 외가격(out-of-the-money) 옵션의 내재변동성 예측력이 타 가격도(moneyness)를 가진 옵션보다 더 나음을 밝혀냈다. 반면 장국현(2001)의 연구에서는 EWMA와 GARCH 방법이 옵션 내재변동성보다 우수한 예측성적을 보고하였고, 유시용·고중앙(2009)에서는 고빈도 자료를 이용한 과거 역사적 변동성이 옵션 내재변동성보다 우수한 예측성적을 보임을 보고했다.

기존 옵션 내재변동성의 예측력 연구들에 대한 본 연구의 기여는 다음과 같다.

첫째, 옵션의 내재변동성을 이용한 미래 실현 변동성 예측 모형의 경우 모두 Black and Scholes(1973) 모형으로부터 구한 내재변동성을 이용하고 있다. 하지만 기존의 많은 실증 연구들이 Black and Scholes(1973) 모형이 실제 옵션 시장을 설명하는데 실패하고 있음을 보였다. 이를 개선하기 위하여 Black and Scholes(1973) 모형에서 가정한 많은 비현실적인 가정들을 완화하는 모형들이 개발되었다. 그 예로는 확률 변동성(stochastic volatility)을 가정한 모형, 확률 이자율(stochastic interest rate)을 가정한 모형, 점프(jump)를 가정한 모형 등이 있다. 이 중에서 Bakshi, Cao and Chan(1997, 2000), Lin, Strong and Xu(2001), Kim and Kim(2004, 2006)의 연구들이 확률 변동성(stochastic volatility)을 가정한 모형이 옵션 가격 결정(pricing)과 헤징에서 Black and Scholes(1973) 모형의 문제점을 개선하는데 가장 큰 기여를 함을 보였다. 이에 따라 본 연구에서는 기존 실증분석 연구들이 가장 중요한 요소로 결론지은 확률 변동성을 가정한 모형인 Heston(1993) 모형을 이용하여 옵션 내재변동성을 추정하고 이의 미래 실현 변동성에 대한 예측력을 검증한다. Heston(1993) 모형은 기초자산과 변동성 간의 상관관계를 고려할 수 있으며 폐쇄해(closed-form solution)를 가지는 장점을 지닌다.

둘째, Andersen, Bollerslev, Diebold and Ebens(2001), Anderson, Bollerslev, Diebold and Labys(2003), Andersen, Bollerslev and Diebold(2004), Pong, Shackleton, Taylor and Shu(2006)등의 연구 결과에 의하면 일중 자료(intraday data) 즉 고빈도 데이터(high-frequency data)를 통해 얻은 변동성이 일간 자료(daily data) 등의 저빈도 데이터(low frequency data)로부터 추정한 변동성 보다 더 많은 정보를 포함하고 있기 때문에 단기간뿐만 아니라 장기간에서도 더 좋은 예측 능력을 보인다고 하였다. 이인형·오형식·송영래·양용준(2005)의 KOSPI200을 대상으로 한 연구에서도 실현변동성의 우수성이 검증되었다. 본 연구에서도 역시 일간 변동성 보다 더 많은 정보를 포함하고 있는 고빈도 데이터를 이용한 변동성을 이용하여 미래 실현 변동성을 측정하고 옵션 내재변동성의 예측력을 살펴본다. 또한 옵션 내재변동성에 대한 경쟁자로서 유시용·고중양(2009)의 연구 결과에서 우수한 예측치로 평가받았던 고빈도 자료를 이용한 역사적 변동성을 예측력 비교에서 사용한다.

본 연구에서는 일관된 결과 해석을 위하여 모든 결과들을 기존 연구들에서 사용한 방법으로 검증한다. 즉, 고빈도 자료를 이용한 역사적 변동성, Black and Scholes(1973) 모형에서 도출한 내재변동성과 Heston(1993) 모형에서 도출한 내재변동성의 미래 실현변동성에 대한 예측력을 기존 연구들과 동일한 계량 분석 모형을 이용하여 검증한다.

연구 결과 Heston(1993) 모형으로부터 추정된 옵션 내재변동성은 미래 실현변동성에 대하여 가장 우수한 예측력을 보여주었다. 또한 이는 미래 실현변동성에 대하여 불편 추정치임을 확인하였고 고빈도 자료를 이용한 역사적 변동성뿐 아니라 Black-Scholes(1973) 모형으로부터 추정된 내재변동성의 예측 정보를 모두 포함하고 있는 정보 효율성을 지닌 예측치를 제공함을 알 수 있었다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2절에서는 미래 변동성 예측치로서 옵션 내재변동성을 추정할 모형인 확률변동성을 가정한 Heston(1993) 모형과 고빈도 자료를 이용한 변동성 추정방법을 소개한다. 3절에서는 논문에 사용된 KOSPI 200 옵션 자료를 소개하고 4절에서는 실증분석에 사용된 계량 분석 모형과 실증 결과들을 정리한다. 5절에서는 본 논문의 결과를 요약한다.

## II. 모형

### 1. Heston(1993) 모형

기존 연구에서 다루고 있는 확률변동성을 가정한 옵션가격결정 모형은 다양하게 존재한다. Hull and White(1987), Johnson and Shanno(1987), Scott(1987), Wiggins(1987), Melino and Turnbull(1990, 1995), Stein and Stein(1991), Heston(1993) 등의 연속시간 확률 변동성을 가정한 옵션가격결정 모형, Duan(1995), Heston and Nandi(2000)의 GARCH 형태의 이산확률변동성을 가정한 옵션가격결정 모형 등이 존재한다. 이 가운데 Kim and Kim(2004)은 연속시간 확률 변동성을 가정한 모형이 가격결정 및 헤징에서 우수한 성과를 보임을 보고하였다. 이에 따라

본 연구에서도 연속 시간 확률 변동성을 가정한 옵션가격결정 모형을 내재변동성 추정에 이용한다. 이 중에서 기존 문헌들이 가장 많이 다루고 있으며 변동성과 기초 자산의 수익률 간에 상관관계를 고려하고 폐쇄해(closed-form solution)를 제공하는 Heston(1993) 모형을 이용한다.<sup>2)</sup> 기존의 여러 실증 결과들은 기초 자산의 변동성과 기초 자산의 수익률 간에 음의 상관관계를 지님을 보였다. 또한 이는 음의 왜도(negative skewness)를 갖는 위험 중립 분포(risk neutral distribution)<sup>3)</sup>와 1987년 블랙먼데이 이후 지수 옵션에서 흔히 나타나는, 행사 가격이 낮은 내재변동성의 값이 행사 가격이 높은 내재변동성 값보다 큰 변동성 조소(volatility sneer) 현상과도 일치한다. 이러한 현상은 주가가 하락하는 경우 자기자본의 비율이 낮아지고 상대적으로 부채비율이 높아지게 되며 이는 기업의 지렛대 효과(leverage effect)를 가져오게 되어 주당 순 이익률의 변동성을 크게 만들고 이러한 현상이 최종적으로 주가의 변동성을 크게 만드는 효과로 연결된다고 해석된다.<sup>4)</sup> Heston(1993) 모형에서 가정하는 주가와 변동성의 확률 과정(stochastic process)은 아래와 같다.

$$dS = \mu S dt + \sqrt{v_t} S dW_S \quad (1)$$

$$dv_t = \kappa(\theta - v_t)dt + \sigma_v \sqrt{v_t} dW_v \quad (2)$$

여기서,  $dW_S$ 와  $dW_v$ 는  $\rho$ 의 상관관계를 가지며,  $v_t$ 는 순간 변동성(instantaneous variance),  $\kappa$ 는 분산의 장기평균인  $\theta$ 로 회귀하는 속도를 나타내며,  $\sigma_v$ 는 변동성의 변동성

Heston(1993)에서 가정한 식 (2)의 변동성 확률 과정은  $\kappa$ 라는 분산의 장기평균으로  $\theta$ 라는 속도로 회귀한다고 가정하고 있다. 이는 평균 회귀 성향을 지닌 분산의

2) 실제로 Heston(1993) 모형은 미국 월 스트리트에서 많이 사용되고 있는 옵션평가모형으로 알려져 있다.

3) 옵션 자료로부터 추정하는 기초자산의 만기 시의 확률분포를 말한다. 추정방법으로 미리 분포의 형태를 가정하는 모수적 방법(parametric method)과 사전에 분포의 형태를 정하지 않고 실제 옵션 가격으로부터 추정하는 비모수적 방법(non-parametric method)이 있다.

4) 자세한 내용은 Black(1976)을 참조하시오.

성격을 잘 표현하고 있다. 또한 변동성과 기초자산의 변화 간에 상관관계를 표현할 수 있으며 이는 많은 실증 연구들에서 밝혀진 주식수익률과 변동성 간의 음의 상관관계를 잘 나타낼 수 있는 모형이다. 위와 같은 확률 과정 하에서의 푸리에 변환(Fourier transformation)을 통하여 구한 옵션 가격 결정 모형은 아래와 같다.

$$C = SP_1 - Ke^{-r\tau}P_2 \quad (3)$$

$$P_j = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \operatorname{Re} \left[ \frac{e^{-i\phi \ln[K]} f_j(\phi)}{i\phi} \right] d\phi \quad (j=1,2) \quad (4)$$

여기서,  $\operatorname{Re}[\cdot]$ 는 복소수의 실수 부분,  $i$ 는 허수 즉,  $\sqrt{-1}$

$$f(\phi) = \exp(A(t; T, \phi) + B(t; T, \phi)h_{t+1} + i\phi \ln[S_t])$$

$A(t; T, \phi)$ 와  $B(t; T, \phi)$ 는  $\kappa, \theta, \sigma_\sigma, \rho$ 의 함수

본 연구에서는 위의 식 (3), (4)을 통하여 추정된 확률변동성 모형 하에서의 옵션 내재변동성과 기존 연구에서 사용하는 Black and Scholes(1973) 모형 하에서 도출한 옵션 내재변동성의 예측력을 비교한다. 이를 통하여 미래 실현변동성 예측 시 확률변동성 고려의 중요성을 검증한다.

Black and Scholes(1973) 모형의 내재변동성  $\sigma_{BS}$ 와 Heston(1993) 모형의 모수들인  $\kappa, \theta, \sigma_\sigma, \rho, \sigma_{Heston}$ 를 추정하는 방법은 다음과 같다. 본 연구에서는 옵션가격 결정 모형에 관한 Bakshi, Cao and Chen(1997, 2000), Bates(2000) 등의 옵션가격 결정 연구에서 변동성과 모수(parameter)들을 추정하기 위해 가장 많이 채택하는 방법을 사용한다. 즉, 본 연구에서처럼 옵션가격결정 모형에 폐쇄해(closed-form solution)가 식 (3), (4)와 같이 존재하는 경우 모형가격과 실제 시장옵션가격 차의 제곱을 최소화하는 방법이다. 이때 개별 횡단면(cross-section)의 옵션가격들을 이용함으로써 기초자산의 과거 자료에서 관찰할 수 없는 구조화 모수들을 추정할 수 있다는 장점이 있으며, 또한 옵션은 미래 변동성에 대한 투자 자산으로 미래 정보가 중요하다는 가정 하에서 과거가 아닌 현재 가격에 존재하는 미래 예측 정보를 사용할 수 있다는 장점이 있다. 본 연구에서는 아래와 같이 가격비율오차의 제곱을 최소화 한다.<sup>5)</sup>

$$\min_{\phi_i} \sum_{i=1}^N \left[ \frac{O_i(t, T; K) - O_i^*(t, T; K)}{O_i(t, T; K)} \right] \quad (5)$$

여기서,  $\phi_i$ :  $t$ 일의 각 모형의 모수,  $N$ :  $t$ 일의 거래된 옵션의 수,  $O_i(t, T; K_i)$ :  $t$ 일의 행사가격  $K_i$ 를 가진 옵션  $i$ 의 시장 가격,  $O_i^*(t, T; K_i)$ :  $t$ 일의 행사가격  $K_i$ 를 가진 옵션  $i$ 의 모형 가격

## 2. 실현변동성(Realized Volatility) 추정<sup>6)</sup>

기존의 일별 가격 즉 저빈도 자료(low frequency data)를 이용한 변동성 추정 방법의 경우 특정 기간의 모든 가격 변동이 반영되지 않기 때문에 변동성 추정에 오류가 존재할 수 있다. 예를 들어 일중 가격 변동이 크거나 일별 종가 간의 차이가 심하지 않을 경우 실제 변동성을 과소평가 할 수 있는 것이다. 일중 자료 즉 고빈도 자료(high frequency data)를 사용하여 변동성을 추정할 경우 이러한 추정오차를 감소시킬 수 있는데 Andersen, Bollerslev, Diebold and Ebens(2001), Anderson, Bollerslev, Diebold and Labys(2003) Andersen, Bollerslev and Diebold(2004)는 아래와 같이 그 이론적 근거를 제시하고 있다.

실제 시장에서의  $[t-1, t]$  기간 동안의 이상적인 변동성은 식 (6)과 같이 연속 시간(continuous time) 가정의 적분 변동성(integrated volatility)의 형태로 표현 가능하다.

$$IV_t = \int_{t-1}^t \sigma_\tau^2 d\tau \quad (6)$$

그러나, 시장에서 관측하여 얻을 수 있는 자료는 이산적이기 때문에 식 (6)과 같

5) 가격의 절대적인 오차의 제곱을 최소화 하는 것도 하나의 대안이 될 수 있다. 하지만 시장가격과 모형가격의 차의 제곱을 최소화하는 방법은 상대적으로 고가의 내가격 옵션에 더 많은 비중을 두게 되는 단점이 있으므로 위와 같이 오차 비율의 제곱을 최소화 하는 방법을 사용한다.

6) 자세한 내용은 이인형·오형식·송영래·양용준(2005)을 참조하시오.

은 연속시간 가정 하에서 표현이 불가능하므로 이산 시간(discrete time) 가정 하에서 적분의 개념에 대응하는 합을 사용하여 변동성을 표현하면 식 (7)과 같다.

$$RV_t(n) = \sum_{j=1}^n r_{[t-1, t-1+\frac{j}{n}]}^2 \quad (7)$$

여기서,  $r_{[t-1, t-1+\frac{j}{n}]}$  : t-1 시점부터 t 시점까지를 n개의 단위 시간으로 나눈 후 한 단위 시간의 수익률

위의 식 (7)의 n을 무한히 증가시키면 식 (6)으로 수렴된다. 따라서 일중 고빈도 자료를 이용한 수익률 제공의 합은 이상적인 적분 변동성의 값에 근사치가 된다. Anderson, Bollerslev, Diebold and Labys(2003)는 다음과 같이 구간 [t-h, t]에서의 실현 변동성을 식 (8)과 같이 정의하고 있다.

$$\sigma(t, h : n) = \sqrt{\sum_{i=1}^n r(t-h+\frac{i}{n}h, \frac{h}{n})^2}, \quad (0 < h \leq t \leq T) \quad (8)$$

단,  $r(t-h+\frac{i}{n}h, \frac{h}{n})$ :  $t-h+\frac{i}{n}h$ 시점까지  $\frac{h}{n}$ 기간동안 수익률

즉, 실현 변동성이란 특정 기간 h안에 포함되어 있는 수익률들의 제곱합으로 추정할 수 있다. Anderson, Bollerslev, Diebold and Labys(2003)는 위의 과정을 통하여 얻어진  $\sigma$ 값이 연속 시간 사후 변동성의 불편 추정량 일 뿐만 아니라 표본의 개수가 많은 경우에는 이산 시간 사후 변동성의 불편 추정량이 됨을 증명하였다.

### III. 자료

KOSPI 200 옵션 시장의 거래량 규모는 세계 1위를 자랑하며 국내 뿐 아니라 해외에서도 주목하는 연구 대상이다. KOSPI 200 옵션 시장의 거래 규모는 <표 1>을

통해 살펴볼 수 있다. <표 1>은 2001년부터 2007년까지 거래량 기준 전 세계 상위 10개 파생상품 계약의 1년 거래량을 보여주고 있다. KOSPI 200 옵션은 거래량 기준으로 2위와 큰 차이를 보이는 부동의 1위를 하고 있으며 초기에는 2위부터 10위까지의 거래량 합보다 더 많은 거래량을 보이고 있다. KOSPI 200 옵션 시장은 옵션 연구를 위한 중요한 시장이 될 수 있다.

본 연구에서 Heston(1993) 모형을 이용하여 내재변동성을 추정하는 이유는 Black and Scholes(1973) 모형이 실제 옵션 시장을 잘 설명하지 못하고 있기 때문이다. Black and Scholes(1973) 옵션 가격 결정 모형이 가격 결정 능력에서 문제가 있다고 추측할 수 있는 대표적인 현상이 변동성 미소(volatility smile)현상이다. <그림 1>은 2002년 1월부터 2006년 12월까지 6개월 단위의 KOSPI 200 옵션의 가격도별 평균 내재변동성을 도식화 하였다. x축은 S/K를 y축은 Black and Scholes(1973) 모형으로부터 도출된 내재변동성을 나타낸다. S/K가 1.00이하의 콜옵션의 외가격 옵션, S/K가 1.00이상은 풋옵션의 외가격 옵션으로 도출된 내재변동성을 표시한다. 2002 01-06은 2002년 상반기를 나타내며 다른 기간 또한 동일한 방식으로 표시한

<표 1> KOSPI 200 옵션 거래 현황

2001년부터 2007년까지 거래량 기준 상위 10개 파생상품 계약의 1년 거래량이다. 순위는 2007년을 기준으로 표시하였고 단위는 100만 계약이다.

순서	옵션상품	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
1	KOSPI 200 Options, Korea Exchange	823	1,890	2,838	2,522	2,535	2,414	2,642
2	Eurodollar Futures, CME	184	202	209	298	410	502	621
3	E-mini S&P500 Futures, CME	39	116	161	167	207	258	415
4	10y T-Note Futures, CME	58	96	147	196	215	256	349
5	Euro-Bund Futures, Eurex	178	191	244	240	299	320	338
6	DJ Euro Stoxx 50 Futures, Eurex	38	86	116	122	140	214	327
7	Eurodollar Options on Futures, CME	88	106	101	131	188	269	313
8	DJ Euro Stoxx 50 Options, Eurex	19	40	62	71	91	150	251
9	1d Inter-Bank Deposit Futures, BM&F	46	49	58	100	121	161	221
10	3m Euribor Futures, Liffe	91	106	138	158	167	202	221

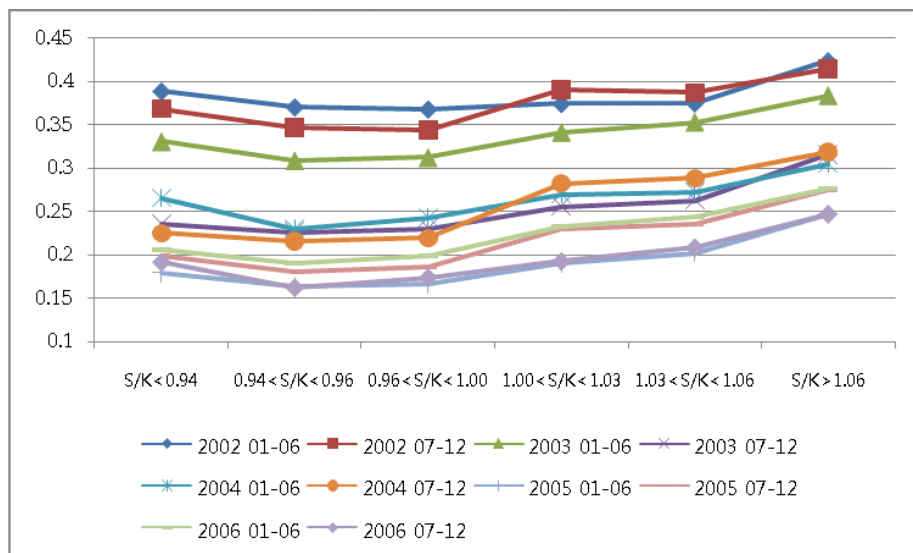
출처: Futures Industry Association(<http://www.futuresindustry.org>)

다. KOSPI 200 옵션 시장도 다른 선진 시장과 마찬가지로 변동성 미소 또는 변동성 조소(volatility sneer) 현상이 나타남을 알 수 있다. 이러한 경우 Black and Scholes(1973) 모형을 대체할 수 있는 다른 모형이 필요함을 확인시켜주고 이는 본 연구에서 확률변동성을 가정한 옵션 가격 결정 모형을 이용하여 내재변동성을 추정하고자 하는데 이에 대한 근거를 제공한다.

본 연구에서는 2002년 1월부터 2006년 12월까지 5년간의 자료를 바탕으로 옵션 내재 변동성의 미래 실현변동성의 예측력을 검증한다. 증권거래소에서 제공되는 1분 간격의 체결 자료에서 기초 자산인 주식시장에서 동시호가가 진행되는 오후 2시 50분 이전에 체결된 특정 만기와 행사 가격을 지닌 옵션을 추출한다. 이는 각 시장의 종가를 연구에 이용할 경우 옵션 시장과 주식 시장의 상이한 장 종료 시간 차이

〈그림 1〉 변동성 미소 현상

2002년 1월부터 2006년 12월까지 6개월 단위의 가격도별 KOSPI 200 옵션의 평균 내재변동성이다. S는 KOSPI 200 지수를 K는 옵션의 행사가격을 나타낸다. x축은 S/K를 y축은 Black and Scholes(1973) 모형으로부터 도출된 내재변동성을 나타낸다. S/K가 1.00이하의 콜옵션의 외가격 옵션, S/K가 1.00이상은 풋옵션의 외가격 옵션으로 도출된 내재변동성을 표시한다. 2002 01-06은 2002년 상반기를 나타내며 다른 기간 또한 동일한 방식으로 표시한다.



로 인하여 발생할 수 있는 주식시장과 옵션시장의 비동시적 거래(non-synchronous trading) 가능성을 제거한다. 단기 금리 지표로 흔히 사용되는 3개월 CD금리를 무위험 채권의 금리로 사용하였다. 또한 가격의 최소 호가와 이산성(discreteness)에 대한 효과를 통제하기 위하여 옵션 가격이 0.02보다 작은 옵션은 제외시켰고 무차익거래 조건(no-arbitrage condition)을 만족시키지 않는 옵션은 제외하였다.

본 연구에서는 중복 자료(overlapping data)의 문제를 피하기 위하여 Christensen and Prabhala(1998)와 동일하게 월별 예측을 검증한다. 즉, 기존 시계열을 이용한 옵션 내재변동성 예측 연구의 경우 일별 예측을 검증함으로써 실제 변동성 계산 시에 기초 자산을 중복 자료하게 되어 예측력을 검증하는 회귀분석 시에 도구변수(instrumental variable)들을 사용해야 하는 문제점이 발생하였다.<sup>7)</sup> 일별로 옵션 내재변동성을 추정하는 경우 30일 남은 내재변동성과 30일 동안의 실현 변동성을, 그 다음 29일 남은 내재변동성과 29일 동안의 실현 변동성을, 그 다음 28일 남은 내재변동성과 28일 동안의 실현 변동성 등의 방식으로 종속변수와 독립변수를 기록하여 회귀분석을 수행한다. 이러한 경우 중복된 값들을 이용하여 추정된 실현 변동성 값이 사용되게 되며 이러한 경우 가성회귀(spurious regression) 문제가 발생하게 되어 도구 변수를 사용하여 해결해야 한다고 Christensen and Prabhala(1998) 등이 밝히고 있다. 본 연구에는 그러한 문제점을 처음부터 제거하기 위하여 만기가 30일 남은 옵션만을 이용하여 내재변동성을 추정하고 이에 대응하는 30일짜리 미래 실현 변동성을 추정한다. KOSPI 200 옵션 시장의 경우 최근월물(nearest contract)에 거래량이 집중되므로 본 연구에서는 최근월물 옵션만을 이용한다. 또한 가격도 중에서는 외가격 콜옵션(call option)과 풋옵션(put option)만을 이용한다. 옵션 내재변동성 추정 시에 내가격(in-the-money) 옵션을 이용하지 않는 이유는 다음과 같다. 첫째, 외가격 옵션에 거래량이 집중되어 있기에 옵션이 담고 있는 정보량이 충분하기 때문이다. 두 번째로 내재변동성 및 모수들을 추정할 때 내가격 옵션까지 모두

7) 일별로 옵션 내재변동성을 추정하는 경우 30일 남은 내재변동성과 30일 동안의 실현 변동성을, 그 다음 29일 남은 내재변동성과 29일 동안의 실현 변동성을, 그 다음 28일 남은 내재변동성과 28일 동안의 실현 변동성 등의 방식으로 종속변수와 독립변수를 기록하여 회귀분석을 수행한다. 이러한 경우 중복된 값들을 이용하여 추정된 실현 변동성 값이 사용되게 되며 이러한 경우 가성회귀(spurious regression) 문제가 발생하게 되어 도구 변수를 사용하여 해결해야 한다고 Christensen and Prabhala(1998) 등이 밝히고 있다.

이용하는 경우 중복 자료 사용의 문제가 발생한다. 즉 풋-콜 패리티(put-call parity)에 의하여 콜 내가격(외가격) 옵션은 풋 외가격(내가격) 옵션과 동일한 옵션이다. 그래서 모수 추정 시에 둘 중 하나를 제외해야 하고 이 중에서는 거래량이 적은 내가격 옵션을 제외하게 된다. 또한 이는 콜과 풋옵션 모두에 포함된 정보를 모수 추정에 이용할 수 있다는 장점이 있다. 타 연구와의 비교를 위하여 전체 옵션 가격을 이용한 Black and Scholes(1973) 내재변동성 뿐 아니라 본 연구에서는 콜과 풋의 등가격(at-the-money) 옵션으로부터 구한 평균 내재변동도 분석 대상에 포함시켜 미래 실현 변동성과 비교한다. 또한 미래 실현변동성과 역사적 변동성 추정을 위하여 Andersen, Bollerslev, Diebold and Ebens(2001), Anderson, Bollerslev, Diebold, and Labys(2003), Andersen, Bollerslev and Diebold(2004) 등이 제시한 고빈도 자료를 이용하기 위하여 5분 간격의 KOSPI 200 지수 자료를 이용한다.

#### IV. 실증분석

##### 1. 변동성 예측력 검증 통계 모형

대부분의 옵션 내재변동성의 미래 변동성 예측력 검증을 위한 연구들은 아래와 같은 다음의 두 가지 회귀식(regression equation)을 이용한다. 본 연구에서도 기존 연구와의 일관된 비교를 위하여 아래의 식을 이용한다.

$$Vol_{realized}(t) = \alpha + \beta Vol_{implied}(t) + \epsilon(t) \quad (9)$$

$$Vol_{realized}(t) = \alpha + \beta Vol_{historical}(t) + \epsilon(t) \quad (10)$$

$$Vol_{realized}(t) = \alpha + \beta Vol_{implied}(t) + \gamma Vol_{historical}(t) + \epsilon(t) \quad (11)$$

$$Vol_{realized}(t) = \alpha + \beta Vol_{implied.BS}(t) + \gamma Vol_{implied.Heston}(t) + \epsilon(t) \quad (12)$$

여기서,  $Vol_{realized}(t)$  : t시점의 옵션 잔존만기 동안의 연간화된 미래 실현변동성,  $Vol_{implied}(t)$ : t시점의 옵션가격으로부터 도출된 내재변동성,  $Vol_{historical}(t)$ :

$t$ 시점의 기초자산의 과거자료를 이용한 역사적 변동성,  $Vol_{implied.BS}(t)$ :  $t$ 시점의 Black and Scholes(1973) 모형으로부터 도출된 내재변동성,  $Vol_{implied.Heston}(t)$ :  $t$ 시점의 Heston(1993) 모형으로부터 도출된 내재변동성

식 (9)를 우선 살펴보면  $\beta$ 값이 유의한 양의 값이면 옵션으로부터 도출된 내재변동성이 미래 실현변동성에 대하여 설명력을 가짐을 의미한다. 하지만, 옵션 시장의 내재변동성이 미래 변동성의 불편 추정량이 되기 위해서는  $\alpha = 0$ ,  $\beta = 1$ 이 되어야 한다. 그렇지 않을 경우 옵션 시장 내재변동성은 미래 변동성에 대한 정보는 담고 있으나 완벽하지 않음을 알 수 있다. 식 (10)은 옵션 내재변동성의 경쟁자로서 고빈도 자료를 이용한 역사적 변동성의 미래 실현변동성에 대한 예측성과를 검증한다. 식 (10)의  $\beta$ 값이 유의한 양의 값을 보이면 유시용·고중양(2009)의 연구결과처럼 고빈도 자료를 이용한 역사적 변동성이 미래 실현변동성 예측에 중요한 정보가 될 수 있음을 확인할 수 있다. 식 (11)은 옵션 시장의 정보 효율성을 검증하게 된다. 옵션 내재변동성이 미래 변동성에 대한 모든 정보를 담고 있다면 역사적 변동성을 통제된 상태에서도 미래 변동성에 대한 효율적 추정치로 존재해야 한다. 즉,  $\alpha = 0$ ,  $\beta = 1$ ,  $\gamma = 0$ 이 되어야 한다. 즉, 역사적 변동성에 담겨 있는 정보조차도 변동성에 민감한 옵션 시장이 모두 담고 있어서 옵션 시장의 정보 효율성이 검증되는 것이다. 식 (12)은 미래 변동성에 대한 예측치로 각기 다른 옵션 평가 모형에서 추출된 내재 변동성의 예측력을 상대 비교한다. 본 연구에서는 Black and Scholes(1973) 모형과 Heston(1993) 모형으로부터 추정된 내재변동성을 비교한다. 만일 본 연구의 예상대로 Heston(1993) 모형으로부터 추정된 내재변동성이 Black and Scholes(1973) 모형으로부터의 내재변동성보다 우월한 변동성 예측 능력을 갖는다면 Heston(1993) 모형의 내재변동성이 큰 계수 값을 갖게 될 것이다. 즉  $\beta < \gamma$ 이 되어야 한다. 만일 Heston(1993) 모형의 내재변동성이 Black and Scholes(1973) 내재변동성의 정보를 효율적으로 모두 포함하고 있다면  $\alpha = 0$ ,  $\beta = 0$ ,  $\gamma = 1$ 이 되어야 할 것이며 Heston(1993) 모형의 내재변동성은 효율적 예측치가 될 것이다.

## 2. 기초통계량

본 연구에 사용되는 변동성 변수들의 기초통계량인 평균, 중간값, 최대, 최소, 표준편차를 살펴본다. <표 2>에서 알 수 있듯 각 변동성들의 값은 대략 비슷한 범위의 값들을 지님을 알 수 있다.<sup>8)</sup> Heston(1993) 모형의 경우 내재변동성 이외에도 4가지 모수가 더 존재한다.  $\kappa$ ,  $\theta$ ,  $\sigma_\sigma$ ,  $\rho$ 의 추정 결과(괄호 안은 표준오차)는 각각 7.9675(1.8772), 0.3863(0.0910), 1.3394(0.0761), -0.4725(0.0127)이다. 기존 연구 결과와 마찬가지로 기초자산의 수익률과 변동성의 상관관계인  $\rho$ 는 음수로서 위험중립 분포가 음의 왜도를 가짐을 보여주고 있다. 평균은 전체 옵션 가격을 이용하여 Black and Scholes(1973) 모형으로부터 추정된 내재변동성이 가장 컸으며 30일간의 실제 변동성이 가장 작은 값을 보였다. 과거 1년간의 일중 자료를 이용한 역사적 변동성이 가장 작은 표준편차를 보였으며 등가격 옵션을 이용하여 Black and Scholes(1973) 모형으로부터 추정된 내재변동성이 평균과 비슷하게 큰 표준편차를 보였다. 하지만, <그림 2>에서 볼 수 있는 것처럼 안정적인 수밖에 없는 1년간의 자료를 이용한 역사적 변동성을 제외하고 다른 변동성 추정치들은 비슷한 시계열 행태를 보임을 알 수 있다. 이를 확인하기 위하여 <표 3>에서는 변수들 간에 상관관계를 살펴보았다. 실현 변동성 변수인 RV와는 Heston(1993) 모형으로부터 도출된 내재변동성 SV가 가장 큰 상관관계를 보였고 1년 역사적 변동성이 가장 낮은 상관관계를 보였다. 과거 자료를 많이 사용할수록 역사적 변동성은 실제 변동성과 상관관계가 낮아짐을 알 수 있다. Black and Scholes(1973) 내재변동성과 Heston(1993) 내재변동성은 동일한 옵션 자료로부터 추출한 변동성 추정치답게 0.8974라는 높은 상관관계를 보임을 알 수 있었다. 예상대로 전체 옵션을 이용한 Black and Scholes(1973) 내재변동성과 등가격 옵션을 이용한 내재변동성은 0.9989의 높은 상관관계를 보인다. 간략한 사전 분석으로 행한 상관관계 분석을 통하여도 미래 실현변동성에 대한 가장 우수한 추정치로 확률변동성을 고려한 Heston(1993)의 내재변동성이 예상됨을

8) Heston(1993) 모형의 경우 내재변동성 이외에도 4가지 모수가 더 존재한다.  $\kappa$ ,  $\theta$ ,  $\sigma_\sigma$ ,  $\rho$ 의 추정 결과(괄호 안은 표준오차)는 각각 7.9675(1.8772), 0.3863(0.0910), 1.3394(0.0761), -0.4725(0.0127)이다. 기존 연구 결과와 마찬가지로 기초자산의 수익률과 변동성의 상관관계인  $\rho$ 는 음수로서 위험중립분포가 음의 왜도를 가짐을 보여주고 있다.

확인할 수 있다.

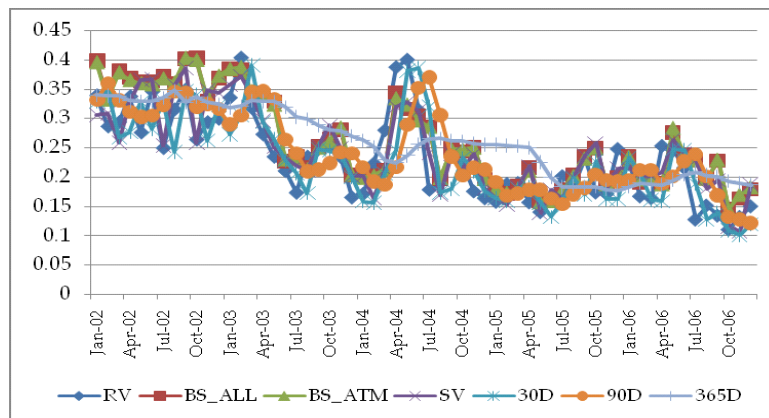
〈표 2〉 변동성 추정치의 기초 통계량

각 변동성 추정치의 평균, 중간값, 최대값, 최소값, 표준편차이다. RV는 고빈도 자료를 이용한 실현변동성, BS<sub>ALL</sub>은 Black and Scholes(1973) 모형으로부터 모든 가격도의 옵션을 이용하여 도출된 옵션 내재변동성, BS<sub>ATM</sub>는 Black and Scholes(1973) 모형으로부터 콜과 풋옵션의 등가격 옵션을 이용하여 도출된 평균 옵션 내재변동성, SV는 확률변동성을 가정한 Heston(1993) 모형으로부터 도출된 옵션 내재변동성, 30D는 과거 30일간의 고빈도 자료를 이용한 역사적 변동성, 90D는 과거 90일간의 고빈도 자료를 이용한 역사적 변동성, 365D는 과거 1년간의 고빈도 자료를 이용한 역사적 변동성이다.

변동성	평균	중간값	최대	최소	표준편차
RV	0.2331	0.2281	0.4035	0.1110	0.0732
BS <sub>ALL</sub>	0.2618	0.2366	0.4034	0.1452	0.0769
BS <sub>ATM</sub>	0.2612	0.2354	0.4037	0.1446	0.0769
SV	0.2436	0.2353	0.3858	0.1079	0.0689
30D	0.2592	0.2186	0.3906	0.1015	0.0742
90D	0.2425	0.2168	0.3710	0.1211	0.0688
365D	0.2592	0.2565	0.3476	0.1774	0.0573

〈그림 2〉 변동성 시계열

2002년 1월부터 2006년 12월까지의 월별 변동성 추정치를 도식화하였다. RV는 고빈도 자료를 이용한 실현변동성, BS<sub>ALL</sub>은 Black and Scholes(1973) 모형으로부터 모든 가격도의 옵션을 이용하여 도출된 옵션 내재변동성, BS<sub>ATM</sub>는 Black and Scholes(1973) 모형으로부터 콜과 풋옵션의 등가격 옵션을 이용하여 도출된 평균 옵션 내재변동성, SV는 확률변동성을 가정한 Heston(1993) 모형으로부터 도출된 옵션 내재변동성, 30D는 과거 30일간의 고빈도 자료를 이용한 역사적 변동성, 90D는 과거 90일간의 고빈도 자료를 이용한 역사적 변동성, 365D는 과거 1년간의 고빈도 자료를 이용한 역사적 변동성이다.



〈표 3〉 변동성 추정치들 간의 상관관계

각 변동성 추정치들간에 상관관계이다. RV는 고빈도 자료를 이용한 실현변동성, BS<sub>ALL</sub>은 Black and Scholes(1973) 모형으로부터 모든 가격도의 옵션을 이용하여 도출된 옵션 내재변동성, BS<sub>ATM</sub>는 Black and Scholes(1973) 모형으로부터 콜과 풋옵션의 등가격 옵션을 이용하여 도출된 평균 옵션 내재변동성, SV는 확률변동성을 가정한 Heston(1993) 모형으로부터 도출된 옵션 내재변동성, 30D는 과거 30일간의 고빈도 자료를 이용한 역사적 변동성, 90D는 과거 90일간의 고빈도 자료를 이용한 역사적 변동성, 365D는 과거 1년간의 고빈도 자료를 이용한 역사적 변동성이다.

	RV	BS <sub>ALL</sub>	BS <sub>ATM</sub>	SV	30D	90D	365D
RV	1	0.8191	0.8183	0.8569	0.7570	0.6485	0.5762
BS <sub>ALL</sub>		1	0.9989	0.8974	0.8601	0.8430	0.7705
BS <sub>ATM</sub>			1	0.8995	0.8612	0.8434	0.7687
SV				1	0.8271	0.7657	0.6563
30D					1	0.8543	0.6680
90D						1	0.8058
365D							1

### 3. 단변량 분석

미래 실현변동성과 Black and Scholes(1973) 모형 또는 Heston(1993) 모형으로부터 도출된 내재변동성을 이용한 식 (9)의 단변량 회귀분석을 실시한다. 이를 통하여 미래 실현변동성에 대한 각 변동성 추정치들의 예측력을 검증할 수 있다. 이와 더불어 미래 변동성에 대한 예측도구로 흔히 활용되는 역사적 변동성도 식 (10)을 이용하여 예측력을 검증한다. 〈표 4〉을 살펴보면 Heston(1993) 모형의 내재변동성  $\beta$ 가 0.9097로 가장 큰 값을 보이고 있으며 그 뒤로 Black and Scholes(1973) 모형의 내재변동성, 30일 과거 변동성, 1년 과거 변동성, 90일 과거변동성 순의 순서를 보임을 알 수 있다. 이에 따라 미래 실현 변동성에 대한 가장 좋은 예측치는 확률 변동성 특성을 고려한 Heston(1993) 모형의 내재변동성임을 알 수 있다. 즉, Black and Scholes(1973) 모형에서는 고려하지 않고 Heston(1993) 모형에서는 고려하고 있는 확률 변동성이 변동성 예측에 중요한 요소가 됨을 알 수 있다. 또한 이는 가격 결정 및 헤징에서 확률 변동성의 중요성을 보인 Bakshi, Cao and Chan(1997, 2000), Kim and Kim(2004, 2006) 등 연구와도 일치하는 결과라 할 수 있다.

이와 더불어 본 단변량 분석에서는 Wald 검정을 이용하여 변동성 예측치들의 불편성(unbiasedness)을 검증한다. 즉 옵션 시장의 내재변동성이 미래 변동성의 불편 추정량이 되기 위해서는  $\alpha = 0$ ,  $\beta = 1$ 이 되어야 한다. <표 4>의 F 통계량 값을 살펴보면 Heston(1993) 모형의 내재변동성을 제외하고 모두 귀무가설을 기각함을 알 수 있다. 또한 Black and Scholes(1973) 모형의 내재변동성이 역사적 변동성 보다 불편 추정량이라는 귀무가설을 가장 극단적으로 기각하고 있음을 알 수 있다. Black and Scholes(1973) 모형의 내재변동성이 Heston(1993) 모형의 내재변동성에 비견할 만큼 실제 변동성에 대하여 높은 예측력을 보이지만 불편 추정량은 아님을 알 수 있다. 결론적으로 Heston(1993) 모형의 내재변동성만이 미래 실현변동성에 대하여 불편 추정치를 제공함을 알 수 있다.

<표 4> 미래 실현변동성과 변동성 추정치들 간의 회귀분석 결과

아래의 회귀분석 결과이다.  $Vol_{realized}(t)$ 는 t시점의 옵션 잔존만기 동안의 미래 실현 변동성,  $Vol_{implied}(t)$ 는 t시점의 옵션으로부터 도출된 내재변동성,  $Vol_{historical}(t)$ 는 t시점의 과거 자료를 이용한 역사적 변동성이다. BS<sub>ALL</sub>은 Black and Scholes(1973) 모형으로부터 모든 가격도의 옵션을 이용하여 도출된 옵션 내재변동성, BS<sub>ATM</sub>는 Black and Scholes(1973) 모형으로부터 콜과 풋옵션의 등가격 옵션을 이용하여 도출된 평균 옵션 내재변동성, SV는 확률변동성을 가정한 Heston(1993) 모형으로부터 도출된 옵션 내재변동성, 30D는 과거 30일간의 고빈도 자료를 이용한 역사적 변동성, 90D는 과거 90일간의 고빈도 자료를 이용한 역사적 변동성, 365D는 과거 1년간의 고빈도 자료를 이용한 역사적 변동성이다. BS, SV의 경우 첫 번째 회귀식을 추정한 결과이고 30D, 90D, 365D는 두 번째 회귀식의 결과이다. F 통계량은  $\alpha = 0$ ,  $\beta = 1$ 이라는 귀무가설을 검증한다.

$$Vol_{realized}(t) = \alpha + \beta Vol_{implied}(t) + \epsilon(t)$$

$$Vol_{realized}(t) = \alpha + \beta Vol_{historical}(t) + \epsilon(t)$$

	$\alpha$	$\beta$	Adj. R <sup>2</sup>	F-stat	p-value
BS <sub>ALL</sub>	0.0290	0.7796**	0.6653	18.5613	0.0000
BS <sub>ATM</sub>	0.0297	0.7784**	0.6638	17.9946	0.0000
SV	0.0115	0.9097**	0.7297	3.0694	0.0541
30D	0.0631**	0.7463**	0.5657	4.8682	0.0111
90D	0.0657*	0.6901**	0.4106	5.0865	0.0092
365D	0.0424	0.7357**	0.3205	7.4890	0.0013

주: \*, \*\*는 각각 5%, 1% 유의수준에서 유의함을 의미한다.

#### 4. 다변량 분석

미래 실현변동성을 종속변수, 옵션 시장의 내재변동성과 역사적 변동성 모두를 독립변수로 하는 식 (11)의 다변량 분석을 통하여 옵션 시장의 정보 효율성을 검증할 수 있다. 옵션 내재변동성이 미래 변동성에 대한 정보를 모두 담고 있다면 내재변동성은 역사적 변동성을 통제한 상태에서도 미래 변동성에 대한 불변 추정량으로 존재해야 한다. 즉,  $\alpha = 0$ ,  $\beta = 1$ ,  $\gamma = 0$ 이 되어야 한다. <표 5>의 (가), (나)의 경우 독립변수로 Black and Scholes(1973) 모형의 내재변동성과 역사적 변동성을 사용하였다. 30일, 60일, 1년 역사적 변동성 모두에 대하여  $\beta$ 가  $\gamma$ 보다 큰 값을 보이고 있으며 이는 미래 실현변동성에 대하여 Black and Scholes(1973) 모형의 내재변동성이 더 큰 설명력을 지님을 알 수 있다. 또한 역사적 변동성 경우의 변수들은 유의한 값을 보이고 있지 않으며 역사적 변동성에 담겨 있는 정보는 옵션 내재변동성에 이미 포함되고 있음을 알 수 있다. 옵션 시장의 정보 효율성을 검증하는 Wald 검정을 실시하였다. 귀무가설은 앞에서 언급한대로  $\alpha = 0$ ,  $\beta = 1$ ,  $\gamma = 0$ 이다. 모든 경우 F 통계량은 귀무가설을 기각하고 있으며 Black and Scholes(1973) 모형으로부터 추정된 내재변동성은 미래 실현변동성에 대하여 효율적 예측치가 될 수 없음을 확인할 수 있다.

(다)의 경우 독립변수로는 Heston(1993) 모형으로부터 추정된 내재변동성과 역사적 변동성이 사용되었다. 역시 Black and Scholes(1973) 모형의 경우와 마찬가지로 30일, 60일, 1년 역사적 변동성 모두에 대하여  $\beta$ 가  $\gamma$ 보다 큰 값을 보이고 있다. Heston(1993) 모형의  $\beta$ 값은 단변량 분석에서의 결과와 일관되게 Black and Scholes(1973) 모형으로 검증했을 경우의  $\beta$ 에 비하여 모두 큰 값을 보이며 Heston(1993) 모형의 예측력이 Black and Scholes(1973) 모형보다 더 우수함을 다시 한 번 확인할 수 있다. 또한 F 통계량에서는 모든 경우에  $\alpha = 0$ ,  $\beta = 1$ ,  $\gamma = 0$ 라는 귀무가설을 채택하고 있음을 알 수 있다. 즉, Heston(1993) 모형의 내재변동성은 정보효율성을 지닌 변동성 예측치라는 결론을 내릴 수 있다.

마지막으로 Black and Scholes(1973) 모형과 Heston(1993) 모형의 내재변동성을 직접 독립변수로 사용하여 식 (12)를 검증한다. <표 6>을 살펴보면 전체옵션 또는

등가격 옵션을 이용한 내재변동성과 관계없이  $\gamma$ 가  $\beta$  보다 큰 값을 보이고 있음을 알 수 있다. 즉, Heston(1993) 모형의 내재변동성이 Black and Scholes(1973) 모형의 내재변동성보다 더 우수한 예측력을 지님을 알 수 있다. 또한 Heston(1993) 모형의 내재변동성이 Black and Scholes(1973) 모형의 내재변동성에 포함된 모든 정보를 이미 담고 있는지 확인하기 위하여  $\alpha = 0, \beta = 0, \gamma = 1$ 라는 귀무가설을 Wald 검정하였다. 그 결과 유의수준 99%에서는 채택, 유의수준 95%에서는 기각되는 결과를 얻었다. 일정 부분 Heston(1993) 모형의 내재변동성이 Black and Scholes(1973) 모형의 내재변동성에 포함된 모든 정보를 이미 반영하고 있음을 확인할 수 있었다. 결론적으로 Heston(1993) 모형의 내재변동성은 미래 변동성에 대하여 불편추정치이자 정보효율성을 지닌 추정치임을 확인할 수 있다.

<표 5> 미래 실현변동성과 내재변동성, 역사적 변동성 간의 회귀분석 결과

아래의 회귀분석 결과이다.  $Vol_{realized}(t)$ 는 t시점의 옵션 잔존만기 동안의 미래 실현 변동성,  $Vol_{implied}(t)$ 는 t시점의 옵션으로부터 도출된 내재변동성,  $Vol_{historical}(t)$ 는 t시점의 과거 자료를 이용한 역사적 변동성이다. RV는 고빈도 자료를 이용한 실현변동성, BS<sub>ALL</sub>은 Black and Scholes(1973) 모형으로부터 모든 가격도의 옵션을 이용하여 도출된 옵션 내재변동성, BS<sub>ATM</sub>는 Black and Scholes(1973) 모형으로부터 콜과 풋옵션의 등가격 옵션을 이용하여 도출된 평균 옵션 내재변동성, SV는 확률변동성을 가정한 Heston(1993) 모형으로부터 도출된 옵션 내재변동성, 30D는 과거 30일간의 고빈도 자료를 이용한 역사적 변동성, 90D는 과거 90일간의 고빈도 자료를 이용한 역사적 변동성, 365D는 과거 1년간의 고빈도 자료를 이용한 역사적 변동성이다. (가) BS의 경우  $Vol_{implied}(t)$  추정 시 Black and Scholes(1973) 모형을 이용하였고 (나) SV의 경우 추정 시 Heston(1993) 모형을 이용하였다. F 통계량은  $\alpha = 0, \beta = 1, \gamma = 0$ 라는 귀무가설을 검증한다.

$$Vol_{realized}(t) = \alpha + \beta Vol_{implied}(t) + \gamma Vol_{historical}(t) + \epsilon(t)$$

(가) BS<sub>ALL</sub> 경우

HV	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	Adj. R <sup>2</sup>	F-stat	p-value
30D HV	0.0269	0.6146**	0.1987	0.6704	13.1956	0.0000
90D HV	0.0359	0.8961**	-0.1545	0.6657	12.7491	0.0000
365D HV	0.0478	0.8788**	-0.1727	0.6671	12.8815	0.0000

(나) BS<sub>ATM</sub> 경우

HV	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	Adj. R <sup>2</sup>	F-stat	p-value
30D HV	0.0276	0.6124**	0.1997	0.6689	12,8100	0.0000
90D HV	0.0367	0.8939**	-0.1532	0.6641	12,3574	0.0000
365D HV	0.0478	0.8727**	-0.1647	0.6650	12,4372	0.0000

(다) SV 경우

HV	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	Adj. R <sup>2</sup>	F-stat	p-value
30D HV	0.0099	0.7755**	0.1506	0.7326	2,6105	0.0601
90D HV	0.0126	0.9245**	-0.0195	0.7251	2,0219	0.1210
365D HV	0.0076	0.8928**	0.0309	0.7253	2,0375	0.1188

주: \*, \*\*는 각각 5%, 1% 유의수준에서 유의함을 의미한다.

<표 6> 미래 실현변동성과 내재변동성들 간의 회귀분석 결과

아래의 회귀분석 결과이다.  $Vol_{realized}(t)$ 는 t시점의 옵션 잔존만기 동안의 미래 실현 변동성,  $Vol_{implied.BS}(t)$ 는 t시점의 Black and Scholes(1973) 모형으로부터 도출된 내재변동성이며 BS<sub>ALL</sub>은 Black and Scholes(1973) 모형으로부터 모든 가격도의 옵션을 이용하여 도출된 옵션 내재변동성, BS<sub>ATM</sub>는 Black and Scholes(1973) 모형으로부터 콜과 풋옵션의 등가격 옵션을 이용하여 도출된 평균 옵션 내재변동성,  $Vol_{implied.Heston}(t)$ 는 t시점의 Heston(1993) 모형으로부터 도출된 내재변동성이다. F 통계량은  $\alpha=0, \beta=0, \gamma=1$ 라는 귀무가설을 검증한다.

$$Vol_{realized}(t) = \alpha + \beta Vol_{implied.BS}(t) + \gamma Vol_{implied.Heston}(t) + \epsilon(t)$$

HV	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	Adj. R <sup>2</sup>	F-stat	p-value
BS <sub>ALL</sub>	0.0071	0.2451	0.6643**	0.7383	3,0845	0.0343
BS <sub>ATM</sub>	0.0076	0.2365	0.6723**	0.7372	2,9867	0.0385

주: \*, \*\*는 각각 5%, 1% 유의수준에서 유의함을 의미한다.

## V. 결론

본 연구에서는 KOSPI 200 옵션 시장을 대상으로 옵션 내재변동성의 미래 실현변동성에 대한 예측력을 검증하였다. 최선의 예측 도구를 찾기 위하여 KOSPI 200의 과거 고빈도 자료를 활용한 역사적 변동성, Black and Scholes(1973) 모형으로 추

정된 내재변동성, 확률적 변동성을 가정한 Heston(1993) 모형의 내재변동성의 예측 성과를 비교하였다. 연구 결과 Heston(1993) 모형으로부터 추정된 옵션 내재변동성은 미래 실현변동성에 대하여 가장 우수한 예측력을 보여주었다. 또한 미래 실현변동성에 대하여 불편 추정치를 제공하였고 고빈도 자료를 이용한 역사적 변동성뿐 아니라 Black-Scholes(1973) 모형으로부터 추정된 내재변동성의 예측 정보를 모두 포함하고 있는 정보 효율성을 지닌 예측치를 제공함을 알 수 있다.

정보 효율성이란, 시장에 들어온 새로운 정보가 자본시장에 즉시적으로(instantaneously) 전달되고 모든 투자자들에게 비용이 없이 공평하게(costless and fairly) 배분되며, 시장가격에 정확하게(accurately) 반영됨을 의미한다. 변동성에 대한 투자 수단인 옵션 시장의 정보 효율성이 달성된다면 미래 변동성에 대한 정보가 옵션 시장에 즉시적으로 공평하고 정확하게 반영됨을 의미한다. 이러한 경우 미래 변동성에 대한 정보는 옵션 시장의 내재변동성에 모두 담겨 있어야 하며 과거 수익률 자료를 이용한 역사적 변동성으로 통계를 한 상태에서도 모든 정보를 담고 있어야 한다. 즉, 미래 변동성에 대한 옵션 내재변동성의 예측력 검증을 통하여 옵션 시장의 정보 효율성 달성 여부를 확인할 수 있으며 이는 옵션 시장 연구에 큰 기여를 제공한다.

Bakshi, Cao and Chan(1997, 2000), Nandi(2000), Kim and Kim(2004, 2006) 등 많은 연구들이 확률변동성을 가정한 옵션 가격 결정 모형의 옵션 가격 결정과 헤징 측면에서의 우수성을 살펴보았다. 본 연구의 결과는 이에 더하여 미래 변동성 예측 관점에서도 확률적 변동성 모형이 우수함을 재차 확인하는 연구라 할 수 있겠다. 물론 헤징에서 나온 결과를 보였다는 것으로 이미 변동성 예측에 효용이 있다는 것을 짐작할 수 있으나 본 연구에서는 기존의 변동성 예측 검증 방법을 이용하여 기존 연구 결과들과 직접적인 비교를 하였는데 의의가 있다 하겠다. 즉, 본 연구 결과를 통하여 확률적 변동성을 가정한 옵션 가격 결정 모형이 옵션 가격 결정, 헤징, 변동성 예측 전 부분에 걸쳐 우수한 성과를 보임을 확인할 수 있다.

〈참고문헌〉

- 유시용·고중양, “KOSPI200 실현변동성 예측력 제고에 관한 연구,” 『선물연구』 제17권 제1호, 한국파생상품학회, 2009, pp. 21~49.
- 이인형·오형식·송영래·양용준, “실현변동성 추정과 KOSPI 200 지수 옵션 가격 분석,” 『증권학회지』 제34권 제2호, 한국증권학회, 2005, pp. 181~208.
- 이재하·권상수, “KOSPI200 옵션 내재변동성의 예측력,” 『선물연구』 제9권 제1호, 한국파생상품학회, 2001, pp. 25~50.
- 장국현, “한국옵션시장의 변동성 예측과 예측성과 비교에 관한 연구,” 『선물연구』 제9권 제1호, 한국파생상품학회, 2001, pp. 51~79.
- Andersen, T. G., T. Bollerslev and F. X. Diebold, “Parametric and Nonparametric Volatility Measurement,” in Handbook of Financial Econometrics(eds. Y. Ait-Sahalia and L.P. Hansen). Amsterdam: North-Holland, forthcoming, 2004.
- Andersen, T. G., T. Bollerslev, F. X. Diebold and H. Ebens, “The Distribution of Stock Return Volatility,” *Journal of Financial Econometrics* 61, 2001, pp. 43~76.
- Andersen, T. G., T. Bollerslev, F. X. Diebold and P. Labys, “Modeling and Forecasting Realized Volatility,” *Econometrica* 71, 2003, pp. 579~625.
- Bakshi, G. S., C. Cao and Z. W. Chen, “Empirical Performance of Alternative Option Pricing Models,” *Journal of Finance* 52, 1997, pp. 2003~2049.
- \_\_\_\_\_, “Pricing and Hedging Long-term Options,” *Journal of Econometrics* 94, 2000, pp. 277~318.
- Black, F., “Studies of Stock Price Volatility Changes,” Proceedings of the 1976 Meeting of the American Statistical Association, Business and Economic Statistic Section, 1976, pp. 177~181.
- Black, F. and L. Scholes, “The Pricing of Options and Corporate Liabilities,” *Journal of Political Economy* 81, 1973, pp. 637~659.
- Bates, D., “Post-'87 Crash Fears in the S&P 500 Futures Option Market,” *Journal of Econometrics* 94, 2000, pp. 181~238.

- Canina, L. and S. Figlewski, "The Information Content of Implied Volatility," *Review of Financial Studies* 6, 1993, pp. 659~681.
- Christensen, B. J. and N. R. Prabhala, "The Relation between Implied and Realized Volatility," *Journal of Financial Economics* 50, 1998, pp. 125~150.
- Day, T. and C. Lewis, "Forecasting Futures Market Volatility," *Journal of Derivatives* 1, 1993, pp. 33~50.
- Duan, J. C., "The GARCH Option Pricing Model," *Mathematical Finance* 5, 1995, pp. 13~32.
- Ferris, S., W. Kim and K. Park, "The Informational Quality of Implied Volatility and the Volatility Risk Premium," Forthcoming in the *Applied Economics Letters*, 2008.
- Fleming, J., "The Quality of Market Volatility Forecasts implied by S&P 100 Index Option Prices," *Journal of Empirical Finance* 5, 1998, pp. 317~345.
- Fung, J. K. W., "The Information Content of Option Implied Volatility Surrounding the 1997 Hong Kong Stock Market Crash," *Journal of Futures Markets* 27, 2007, pp. 555~574.
- Giot, P. and S. Laurent, "The Information Content of Implied Volatility in light of the Jump/Continuous Decomposition of Realized Volatility," *Journal of Futures Markets* 27, 2007, pp. 337~359.
- Heston, S. L., "A Closed-Form Solutions for Options with Stochastic Volatility with Applications to Bond and Currency Options," *Review of Financial Studies* 6, 1993, pp. 327~343.
- Heston, S. L. and S. Nandi, "A Closed-Form GARCH Option Valuation Model," *Review of Financial Studies* 13, 2000, pp. 585-625.
- Hull, J. and A. White, "The Pricing of Options with Stochastic Volatilities," *Journal of Finance* 42, 1987, pp. 281-300.
- Johnson, H. and D. Shanno, "Option Pricing when the Variance is Changing," *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 22, 1987, pp. 143-151.
- Jorion, P., "Predicting Volatility in the Foreign Exchange Market," *Journal of Finance* 50, 1995, pp. 507~528.

- Kim, I. J. and S. Kim, "Empirical Comparison of Alternative Stochastic Volatility Option Pricing Models: Evidence from Korean KOSPI 200 Index Options Market," *Pacific Basin Finance Journal* 12, 2004, pp. 117~142.
- \_\_\_\_\_, "Is it Important to Consider the Jump Component for Pricing and Hedging Short-term Options?," *Journal of Futures Markets* 25, 2006, pp. 989~1009.
- Lamoureux, D. and W. Lastrapes, "Forecasting Stock-return Variance: Toward and Understanding of Stochastic Implied Volatilities," *Review of Financial Studies* 6, 1993, pp. 293~326.
- Latane, H. and R. J. Rendleman, "Standard Deviation of Stock Price Ratios Implied by Option Premia," *Journal of Finance* 31, 1976, pp. 369~382.
- Lin, Y. N., N. Strong and X. Xu, "Pricing FTSE 100 Index Options under Stochastic Volatility," *Journal of Futures Markets* 21, 2001, pp. 197~211.
- Melino, A. and S. M. Turnbull, "Pricing Foreign Currency Options with Stochastic Volatility," *Journal of Econometrics* 45, 1990, pp. 239~265.
- Nandi, S., "How Important is the Correlation between Returns and Volatility in a Stochastic Volatility Model? Empirical evidence from pricing and hedging in the S&P 500 index option market," *Journal of Banking and Finance*, 22, 1998, pp. 589~610.
- Pong, S., M. B. Shackleton, S. J. Taylor and X. Xu, "Forecasting Currency Volatility: a Comparison of Implied Volatilities and AR(FI)MA models," *Journal of Banking and Finance* 28, 2006, pp. 2541~2563.
- Scott, L., "Option Pricing when the Variance Changes Randomly: Theory, Estimation, and an Application," *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 22, 1987, pp. 419~438.
- Stein, E. M. and J. C. Stein, "Stock Price Distribution with Stochastic Volatility: an Analytic Approach," *Review of Financial Studies*, 4, 1991, pp. 727~752.
- Wiggins, J. B., "Option Values under Stochastic Volatility: Theory and Empirical Estimates," *Journal of Financial Economics* 19, 1987, pp. 351~377.

## Forecasting Future Volatility of Option Prices Using Heston(1993)'s Model

Sol Kim

— < Abstract > —

In this paper, we examine the forecasting performance of the implied volatility of KOSPI 200 option prices for future realized volatility. We use Heston(1993)'s model, which takes stochastic volatility into account, and the Black-Scholes(1973) model to estimate the implied volatility. For the calculation of future realized volatility and historical volatility, we use 5-minute interval intraday data of the underlying asset. The results show that the implied volatility obtained from Heston(1993)'s model is the most effective, unbiased and efficient estimator for future realized volatility.

Key Words: Options, Black-Scholes, Stochastic Volatility, Intraday Data, Volatility Forecasting  
JEL Classification: G13, G14