

# 전통적 회귀분석 모형의 보완을 통한 동적헤징의 효율성 혁신: 시뮬레이션 연구<sup>1, 2</sup>

김 솔<sup>3</sup> · 이 글<sup>4</sup>

## 논문초록

본 연구는 전통적 회귀분석 모형을 기반으로 하여 KOSPI200 지수선물을 사용해 개별주식에 대한 동적헤징을 실시할 때 모형 교체 없이 효율성을 안정적으로 높일 수 있는지에 대해 알아본다. 전통적 회귀분석 모형에서 벗어나 새로운 모형으로 베타계수를 계산하고자 했던 기존의 연구들과는 달리, 본 연구에서는 단순이동평균법의 윈도우 개념에 착안하여 전통적 회귀분석 모형을 그대로 사용하면서 베타계수의 윈도우 크기만을 조정하는 방식을 취함으로써 Model Risk를 최소화하고자 하였다. 그 결과 헤징에 사용할 베타계수를 계산하는 과정에서 윈도우 크기 조정을 거침으로써 후행성과 잔차의 영향 중 어떤 장애요소를 감소시킬지 추가적으로 선택할 수 있게 되었다. 분석 단계에서는 상관성 반응크기 모형을 사용하여 가상의 KOSPI 주식을 생성한 후 몬테카를로 시뮬레이션을 실시하여 베타계수의 윈도우 크기에 따른 헤징효율을 분석하였으며, 그 결과 헤징기간 중 베타계수의 움직임이 나타내는 추세의 크기에 따라 최적의 효율성을 나타내는 윈도우 크기가 변화하는 모습을 보였다. 이를 통해 헤징시 단순히 베타계수만을 고려하는 것보다 상관계수를 통해 베타계수의 변동성을 예측하면서 헤지비용을 설정할 때 훨씬 더 효율적인 헤징성과를 거둘 수 있다는 점 역시 알 수 있었다.

주제어: 베타계수, 상관계수, 동적헤징, KOSPI200 지수선물, 최적헤지비용

---

1 세심한 심사평으로 논문의 질을 크게 향상시켜 주신 세 분 익명의 심사위원들께 깊은 감사의 말씀을 드립니다.

2 이 연구는 2010학년도 한국외국어대학교 교내학술연구비의 지원에 의하여 이루어진 것임.

3 한국외국어대학교 글로벌경영학과 부교수. 서울시 동대문구 이문동 270 tel: 02-2173-3124, e-mail: solkim@hufs.ac.kr

4 한국외국어대학교 경영대학원 석사과정. 서울시 동대문구 이문동 270 tel: 02-2173-2399, e-mail: owan.co@hotmail.com

## I. 서 론

Markowitz의 포트폴리오 이론에 따르면, 분산투자를 통해 비체계적 위험은 감소시킬 수 있으나 시장 자체의 변동성으로 인한 체계적 위험은 감소시킬 수 없다. 따라서 포트폴리오 이론을 바탕으로 성립된 Sharpe와 Lintner의 자본자산 가격결정 모형(CAPM)에서 특정 자산의 기대수익률을 결정하는 것은 해당 자산의 체계적 위험이며, 이 체계적 위험을 수치화한 것이 바로 베타계수(Beta Coefficient)이다. CAPM 발표 이후 수십여 년에 걸쳐 베타계수가 가진 많은 문제점들이 발견되었지만, 아직까지도 재무이론의 근간을 이루는 개념으로서 CAPM과 베타계수가 폭넓게 활용되고 있는 것이 사실이다.

베타계수를 이용한 재무활동 중에서 가장 중요한 것으로 헤징을 들 수 있다. 헤징이란 다른 자산에 대한 투자 등을 통해 보유하고 있는 위험자산의 가격변동성을 제거하는 활동을 말한다. 우리나라도 금융시장의 발전과 함께 헤징의 필요성이 대두되었으며, 김술(2008)이 지적한 바대로 금융위기 등으로 인해 금융시장이 과잉반응할 때 헤징의 필요성 역시 극대화된다. 효율적인 헤징을 위해서는 헤징 대상과 헤징 수단 사이의 최적헤지비율(Optimal Hedge Ratio)을 찾아내는 것이 매우 중요하며, 이 최적헤지비율을 찾아내는 과정에서 사용하는 핵심적인 개념이 바로 베타계수이다. 하지만 CAPM에서 베타계수를 계산하기 위해 사용하는 전통적 회귀분석 모형은 그 고정성과 후행성 등으로 인해 이를 이용한 헤징의 효율성에 대한 많은 의문을 불러일으켰으며, 따라서 이를 개선 또는 대체하기 위한 많은 노력과 연구가 이어졌다.

초기 연구 단계에서는 Blume(1971), Levy(1971) 등이 정적 베타계수의 비효율성에 대해 지적하였으며 이 단계에서 Blume & Vasicek(1973) 등이 사용한 횡단면 회귀분석 모형과 Box & Jenkins(1970), Bogue(1973) 등이 사용한 시계열 모형 등이 대안으로 제시되었다. 이후 Engle & Granger(1987)가 공적분 개념을 사용한 오차수정모형(Error Correction Model)을 고안하면서 동적 베타계수의 계산에도 이 모형이 도입되었으며, 국내의 경우 안병국(2003)이 이 모형을 이용하여 KOSPI200 선물과 현물을 이용한 동적헤징을 실시하였다. 또한 이 외에도 최근까지 독자적인 방법을 이용한 다양한 베타계수 추정 방법이 시도되어 왔으며, Cash Flow  $\beta$ 와 Discount Rate  $\beta$ 를 별도로 추정

한 Campbell & Vuolteenaho(2004), ETF 및 경제지표를 활용해 맞춤형 베타계수를 추정한 Anson(2008) 등을 그 예로 들 수 있다. 국내에서는 이용호(1997), 정병우·이남영(2004) 등이 시장위험 및 환위험 헤징에 관해 연구하였다.

본 연구 역시 이러한 노력의 일환으로서 전통적 회귀분석 모형의 개선을 목적으로 하나, 다음과 같은 면에서 기존 연구와 차별성을 갖는다. 첫째, 계산 방법 개선을 위해 독자적인 모델을 사용한 기존 연구들과는 달리, 본 연구는 전통적 회귀분석 모형을 그대로 사용하면서 베타계수의 계산 과정에 단순이동평균법의 윈도우 개념만을 도입하여 Model Risk를 최소화하고자 하였다. Ghysels(1998)에 따르면, 전통적 회귀분석 모형을 통해 계산한 정적 베타계수를 개선하기 위해 새로운 모델을 사용한 다양한 형태의 동적 베타계수가 개발되었으나, 모델링 과정에서 Misspecification이 발생할 경우 오히려 정적 베타계수에 비해 효율이 떨어지는 경우가 많은 것으로 나타났다. 따라서 본 연구에서는 추가적인 모델을 사용하지 않고 기존 회귀분석 모형을 ‘어떤 식으로 사용하여야 하는가’에 초점을 맞추어 연구를 진행함으로써 Model Risk를 최소화하였다. 둘째, 본 연구는 베타계수 모형은 기존의 것을 그대로 사용한 반면 주가 움직임에 대한 시뮬레이션을 보다 심층적으로 실시하여 본 연구가 제시한 방법론이 발생 가능한 여러 가지 시나리오 속에서 항상 올바르게 기능하는지 검증하였다. 본 연구의 시뮬레이션 단계에서는 헤징수단의 가격변동성과 헤징대상의 가격변동성 사이의 관계를 두 가지 통제변수를 이용해 최대한 다양하게 구현하려고 노력하였다. 이 두 변수를 활용해 베타계수 변동성의 추세 여부 및 베타계수와 상관계수 사이의 괴리도 등을 모두 통제하여 최대한 다양한 상황을 조성하였다.

본 논문의 이하 내용은 다음과 같다. II장에서는 본 연구를 통해 개선하고자 하는 정적 베타계수의 문제점과 이 과정에서 도입하게 될 윈도우라는 개념에 대해서 설명하며, III장에서는 검증에 사용한 자료 및 주가변동 모형에 대해 살펴본다. IV장에서는 실험 결과를 제시하며, V장은 결론부이다.

## II. 정적 베타계수의 문제점과 윈도우의 개념

CAPM은 체계적 위험인 베타계수를 이용해 위험자산의 수익률이 어떻게 결정되는지

를 설명하고 있으며, 다음과 같은 식을 통해 위험자산의 수익률을 구한다.

$$E(R_i) = R_f + \beta_i(E(R_m) - R_f) \quad \dots (1)$$

여기서  $R_i$ 는 특정 위험자산의 수익률,  $R_f$ 는 무위험수익률,  $R_m$ 은 시장수익률이다. 그런데 주의할 점은, 식 (1)의 경우  $R_i$ 와  $R_m$ 은 기댓값을 취하는 반면  $R_f$ 와  $\beta_i$ 는 상수로 취급한다는 사실이다.  $R_f$ 의 경우 국채금리 등 명확하고 적시성이 강한 proxy들이 존재하지만,  $\beta_i$ 의 경우 전통적 회귀분석 방법을 사용한다면 시장수익률과 특정 위험자산 수익률 사이의 공분산에 대한 역사적 자료를 통해 간접적으로 추정하는 수밖에 없다. 따라서 역사적 자료를 통해  $\beta_i$ 를 구한 후 이 값을 상수로 취급하면서 헤징 등을 실시할 경우 심각한 오차가 발생할 수 있다.

만약  $\beta_i$ 가 실제로 언제나 동일한 값을 유지한다면 어느 구간의 역사적 자료를 사용해  $\beta_i$ 를 추정하더라도 오차가 발생하지 않는다. 또한 만약  $\beta_i$ 가 변동성을 갖는다고 하더라도 시계열이 안정적이라면 어느 구간을 추정에 활용하든 충분히 긴 기간을 사용할 경우 오차가 거의 발생하지 않을 것이다. 시계열이 안정적이라면 충분히 긴 기간 동안 잔차가 상쇄되어 결국  $\beta_i$ 의 추정치가  $\beta_i$ 에 아주 가까워질 것이기 때문이다. 하지만 만약  $\beta_i$ 의 시계열이 불안정하다면  $\beta_i$ 를 추정하는 과정에서 심각한 오차가 발생할 수 있다. 과거 특정 시점의  $\beta_i$ 와 앞으로의  $\beta_i$ 가 서로 다른 성격을 가질 수 있기 때문이다.

따라서  $\beta_i$ 를 상수로 취급하는 것, 즉 정적 베타계수를 사용하는 것이 가능하려면 베타계수가 실제로 고정되어 있거나  $\beta_i$ 의 시계열이 안정적이어야 한다. 본 연구에서는 실제로 한국 증시에서 베타계수가 실제로 고정되어 있거나 시계열이 안정적인지에 대해 알아보기 위해 2009년 12월 15일 시가총액 기준으로 KOSPI 상위 10개 기업의 베타계수의 움직임을 분석해 보았다. 그래프 1은 2000년 1월 4일부터 2009년 12월 15일 까지의 10년간 자료를 바탕으로 한 국내 대기업 10개사 주가의 KOSPI200 지수선물 가격에 대한 KOSPI 상위 10개 기업의 베타계수 중 뚜렷한 특성을 갖는 3개 기업의 베타계수의 움직임을 개략적으로 나타낸 것으로, 이전 20거래일을 기준으로 계산한 3개 기업의 베타계수에 대하여 지수평활법을 이용한 Smoothing을 실시한 결과이다( $\lambda = 0.99$ )<sup>5</sup>. 그래프 1을 통해 베타계수에 단순 변동성뿐만이 아니라 변동성의 추세 역시

5 KOSPI200 선물 관련 자료는 한국거래소 웹사이트(<http://www.krx.co.kr/>), 기업별 주가자료는

존재한다는 것을 알 수 있다. 삼성전자의 경우 베타계수가 10년 동안 계속 1 주위에서 맴도는 반면 SK텔레콤의 경우 뚜렷한 하락세를, 삼성중공업의 경우 뚜렷한 상승세를 보이고 있으며 따라서 각 종목별로 시계열이 불안정한 구간이 존재한다고 추측할 수 있다. 또한 표 1은 각 종목의 베타계수의 시계열 안정성을 좀 더 자세히 살펴보기 위해 각 종목의 베타계수에 대해 연도별로 ADF 단위근 검정을 실시한 결과를 나타낸 것으로, 이 표를 통해  $\beta_i$ 를 상수로 취급하기에는 베타계수의 시계열이 너무 불안정하다는 사실을 다시 확인할 수 있다. 표 1을 보면 그래프 1에서 베타계수가 비교적 안정적인 모습을 보인 삼성전자 역시 ADF 검정에서 5개 년도에 대해 신뢰도 90% 수준에서도 귀무가설을 기각하지 못하였다.

이렇게 베타계수의 시계열이 불안정할 경우 특정 과거시점의 베타계수를 계속 미래 베타계수의 추정치로 사용하면 큰 오차를 불러일으킬 수 있다. 특히 베타계수의 움직임에 일정한 추세가 존재할 경우 이 오차는 더욱 커질 수 있다. 일정한 추세가 존재하지 않는다면 랜덤워크 과정에서 특정 베타값을 중심으로 베타계수가 움직일 가능성이 있지만, 일정한 추세가 존재할 경우 시간이 지날수록 현재 베타계수가 과거 베타계수로부터 점점 멀어지게 되기 때문이다. 따라서 베타계수를 보다 효과적으로 추정하기 위해서는 베타계수의 시계열 안정성 및 움직임에 추세가 존재하는지의 여부를 잘 파악해 낼 수 있는 동적 베타계수 추정 방식이 필요하며, 이를 헤징에 활용하여 동적헤징을 실시할 경우 더욱 정확한 헤징이 가능하다.

이러한 베타계수의 움직임 형태를 반영하는 동적 베타계수 추정 방식에 대해서는 이미 많은 연구가 이루어졌지만, 모델링 과정에서 Misspecification이 발생할 경우 오히려 정적 베타계수에 비해 효율이 떨어지는 경우가 많은 것으로 나타났다. 따라서 본 연구에서는 추가적인 모델을 사용하지 않고 역사적 자료를 이용한 기존의 회귀분석 모형을 그대로 사용하고자 한다. 기존의 회귀분석 모형이 가지고 있는 가장 큰 문제점은, 역사적 자료를 사용함으로써 인해 발생하는 후행성이다. 따라서 본 연구에서는 이동평균법(Moving Average Method, MA)의 윈도우 개념을 차용하여 회귀분석 모형이 가진 후행성을 최대한 극복하고자 하였다. 이동평균법은 과거 자료의 불규칙적인 변동을 고르게 하여 예측 오차를 줄이는 방법으로 크게 단순이동평균법(Simple Moving Average Method, SMA)과 가중이동평균법(Weighted Moving Average Method, WMA)으로 분류할 수 있다. 본 연구에서는 이동평균법을 그대로 사용하는 것이 아니라 단지 윈도우

---

KISVALUE 데이터베이스(<http://www.kisvalue.com/>)의 것을 사용하였다.

라는 개념을 차용하여 베타계수의 계산구간만을 조정하는 것이므로 가중치 부여가 불가능하며, 따라서 가중이동평균법보다 단순이동평균법에 가깝다고 볼 수 있다.

단순이동평균을 계산하는 과정에서 제일 중요한 변수는 윈도우의 크기(Window Size), 즉 이동평균을 계산하는 데 들어가는 과거자료의 개수이다. 일반적으로 윈도우가 크면 평활화(Smoothing)가 잘 이루어져 잔차의 영향을 덜 받으나 후행성이 심해지는 반면, 윈도우가 작으면 후행성이 줄어드나 평활화가 제대로 이루어지지 않아 잔차의 영향을 심하게 받는 것으로 알려져 있다. 따라서 윈도우의 크기는 잔차의 영향과 후행성이라는 상충하는 두 요인에 의해 결정되며, 잔차의 영향을 최대한 덜 받으면서 후행성 역시 최대한 줄일 수 있는 크기가 윈도우의 적정 크기가 된다. 그런데 여기서 주의해야 할 점은, 만약 베타계수를 계산하는 과정에 윈도우라는 개념을 도입할 경우 단순히 이러한 두 가지 요소만 고려할 수는 없다는 점이다. 베타계수는 기본적으로 공분산과 분산을 이용해 계산하는 것이므로 윈도우의 크기가 너무 작을 경우 비정상적인 값이 나올 수 있으며, 따라서 윈도우의 크기를 일정 수준 이상으로 설정해야 할 필요성이 존재한다. 또한 앞에서 언급한 것처럼 본 연구에서 기존 회귀분석 모형을 개선하기 위해 단순이동평균법의 방법론을 차용한 것은 사실이나, 베타계수는 평균의 개념이 아니기 때문에 본 연구에서 사용한 방법을 이동평균법이라고 보기는 어려우며 따라서 이와 관련하여 혼동하지 않도록 주의할 필요가 있다.

본 연구의 가장 큰 목적은, 만약 헤징을 실시할 때 베타계수 윈도우를 정해 놓고 윈도우를 기준으로 매일 베타계수를 재계산하여 동적헤징을 실시한다면 윈도우 크기를 어떤 식으로 정해야 가장 높고 고른 헤징 효율성을 얻을 수 있는지를 알아보는 데 있다. 만약 윈도우가 너무 크다면 후행성이 제대로 고쳐지지 않을 것이고 너무 작다면 잔차의 영향을 심하게 받을 것이기 때문이다. 따라서 본 연구에서는 모형을 통해 안정적 시계열과 다양한 형태의 불안정적 시계열을 구현한 후 각 시계열 형태에서 윈도우 크기를 어떻게 설정했을 때 최적의 헤징 효율성을 얻을 수 있는지 살펴볼 것이며, 시계열의 불안정성 정도와 윈도우 크기 사이에 어떤 상관관계가 있는지도 알아볼 것이다. 이 과정에서 사용한 자료 및 모형에 대해서는 III장에서 보다 자세히 설명하였다.

### III. 자료 및 시뮬레이션 모형

본 연구에서는 2000년 1월 4일부터 2009년 12월 15일까지의 KOSPI200 지수선물 가격변동성을 토대로 하여, 모형을 통해 만들어낸 가상의 주식 S에 대해 다양한 원도우 크기로 계산한 베타계수를 적용하여 동적헤징을 실시한 후 그 성과를 비교한다. 주가 수익률 시뮬레이션 모형은 베타계수에 큰 영향을 미치는 두 가지 요소인 헤징수단과 헤징대상의 상관성, 그리고 헤징수단의 변동성에 대한 헤징대상 변동성의 반응의 크기를 통제할 수 있도록 설계하였다. 베타계수는 변수 A의 변화에 변수 B가 얼마나 영향을 받는지에 대해서는 설명해 주지만 변수 B의 변동성 중 변수 A의 변동성에 의해 생긴 부분이 어느 정도인지, 즉 변수 A와 B의 상관도가 어느 정도인지에 대해서는 완벽히 설명해 주지 못한다. 따라서 변수 A에 대한 변수 B와 C의 베타계수가 일정 시점에서 동일하다고 하더라도 A-B 간, A-C 간의 상관계수에 차이가 있다면 그 이전 또는 이후의 베타계수의 움직임이 서로 크게 달라질 수 있다. 그래프 2는 이러한 이질성을 잘 보여주고 있으며, 같은 베타계수를 이용한 헤징이라도 베타계수의 성질에 따라 전혀 다른 결과가 나올 수 있다는 사실을 알려준다. 그래프 2의 (a)의 경우 상관계수가 1로 완벽한 양의 상관관계를 가지고 있으나, 흰 선의 변동성에 대한 검은 선의 반응의 크기가 작아 베타계수는 0.3에 불과하다. 반면 (b)의 경우에는 낮은 상관계수로 인해 베타계수가 0.3으로 나타났다.

(a)와 (b) 사이에 나타나는 큰 차이점은, 상관계수와 반응의 크기를 고정시킬 경우 (a)는 베타계수가 0.3으로 유지되나 (b)는 베타계수가 심하게 변동한다는 점이다. 따라서 (a)의 경우 반응의 크기만 정확히 파악할 수 있다면 정적 베타계수를 이용해도 정확한 헤징이 가능하지만 (b)의 경우는 그렇지 않다. 따라서 본 연구에서는 상관성이 베타에 미치는 영향과 반응의 크기가 베타에 미치는 영향을 서로 다른 성질의 것으로 보고, KOSPI200 지수선물 가격 변동성과 가상의 주식 S의 주가 변동성 사이의 관계를 나타내기 위해 다음과 같은 모형을 사용하였다.

$$R_{s,t} = \rho_t \delta_t R_{f,t} + (1 - \rho_t) \sigma_s dz_t \quad \dots (2)$$

여기서  $R_{s,t}$ 는 가상의 주식 S의 t일 종가기준 일간로그수익률,  $R_{f,t}$ 는 KOSPI200 지수선물의 t일 종가기준 일간로그수익률,  $\rho_t$ 는  $R_{f,t}$ 와  $R_{s,t}$ 의 상관계수를 통제하기 위한 변수,  $\delta_t$ 는  $R_{f,t}$ 의 움직임에 대한  $R_{s,t}$ 의 반응의 크기를 통제하기 위한 변수,  $\sigma_s$ 는  $R_s$ 의 변동성을 통제하기 위한 변수,  $dz_t$ 는  $R_{s,t}$ 가 따르는 t일의 Wiener Process이다. 즉, 주식 S의 t일 증가수익률은 지수선물의 t일 증가수익률에  $\delta_t\rho_t$ 만큼 영향을 받고, 표준편차가  $\sigma_s$ 인 Wiener Process에  $1-\rho_t$ 만큼 영향을 받는다. 이렇게  $\rho_t$ 와  $\delta_t$ 라는 두 변수를 설정함으로써 베타계수가 1 이상인 경우와 1 이하인 경우를 모두 구현해내는 것이 가능하다. 여기서 중요한 점은, 비록  $\rho_t$ 가 주식 S의 증가수익률과 지수선물 증가수익률 사이의 상관계수를 통제하는 역할을 하고  $\delta_t$ 가 지수선물 수익률의 변화에 대해 주식 S의 수익률이 보여주는 반응의 크기를 통제하는 역할을 하지만, 두 변수 사이에 상호작용이 존재하기 때문에  $\rho_t$ 가 상관계수와 정확히 비례하거나  $\delta_t$ 가 베타계수와 정확히 비례하지는 않는다는 점이다. 따라서  $\rho_t$ 에 음의 방향으로 변화를 주더라도 만약  $\delta_t$ 에 양의 방향으로 변화를 주었다면 상관계수는 오히려 증가할 수 있으며,  $\delta_t$ 에 양의 방향으로 변화를 주더라도 만약  $\rho_t$ 에 음의 방향으로 변화를 주었다면 베타계수는 오히려 감소할 수 있다. 베타계수와 상관계수의 최종적인 변화의 방향은 두 변수 사이의 상호작용에 의해 일어나는 것이며, 각 변수의 변화의 방향과 크기에 따라 복합적인 변화를 보인다(자세한 내용은 식 (5)를 참조하기 바란다).

또한 본 연구에서는 베타계수의 시계열 불안정성 정도에 따른 헤징 효율성의 변화를 파악하고자 하므로, 베타계수의 시계열 불안정성을 통제할 수 있게 하기 위해  $\rho$ 와  $\delta$ 가 기본값과 Wiener Process와는 별도로 추세의 영향을 받을 수 있도록 다음과 같은 모형을 사용하였다.

$$\rho_t = \alpha_\rho + \beta_{\rho,t} + \sigma_\rho dz_t \quad \dots (3)$$

$$\delta_t = \alpha_\delta + \beta_{\delta,t} + \sigma_\delta dz_t \quad \dots (4)$$

여기서  $\alpha_\rho$ 와  $\alpha_\delta$ 는 각각  $\rho$ 와  $\delta$ 의 기본값,  $\beta_{\rho,t}$ 와  $\beta_{\delta,t}$ 는 t시점의  $\rho$ 와  $\delta$ 의 변동성 추세,  $\sigma_\rho$ 와  $\sigma_\delta$ 는 각각의 Wiener Process가 갖는 변동성이다.

본 연구에서는 모형에서 설정한 변수들을 통제하여 발생할 수 있는 베타계수 변동성

의 형태를 최대한 다양하게 구현하고자 하였다. 특히 본 연구에서 가장 중요시하는 것이 베타계수의 시계열 불안정성이므로, 변수 통제를 통해 베타계수의 시계열 불안정성 정도를 통제하는 데 중점을 두었다. 식 (2)의 특성으로 인해 시뮬레이션 과정에서 이전 n일간의 자료를 바탕으로 계산한 주식 S의 베타계수  $BETA$  및 주식 S와 지수선물 사이의 상관계수  $RHO$ 는 대략적으로 다음과 같이 나타나게 된다.

$$BETA_t \approx \left( \sum_{i=t-n}^{t-1} \rho_i \delta_i \right) / n, \quad RHO_t \approx \left( \sum_{i=t-n}^{t-1} \frac{\rho_i \delta_i}{1 + \rho_i \delta_i - \rho_i} \right) / n \quad \dots (5)$$

따라서  $\rho$ 와  $\delta$ 를 이용해 베타계수와 상관계수를 시나리오대로 통제하기 위해 식 (3)과 (4)의 우변에 있는 변수들에 변화를 주고 헤징성과를 관측하는 방법으로 실험이 이루어졌다. 시뮬레이션은 총 20가지 시나리오를 염두에 두고 이루어졌으며, IV장에서는 이들 중 의미가 미약하거나 중복되는 부분은 제외하고 중요한 결과들만을 요약하여 다루었다.

각 상황에 대한 시뮬레이션의 구체적인 방식은 다음과 같다. 우선 2000년 1월 4일부터 2009년 12월 15일까지의 KOSPI200 지수선물 가격에 모형을 통해 산출한 베타계수를 적용하여 가상의 KOSPI 주식 S의 추가흐름을 만들어내었다. 이 과정에서 S의 t일 증가기준 수익률  $R_{s,t}$ 는 다음과 같이 계산하였다.

$$R_{s,t} = MIN[0.15, MAX[-0.15, \rho_t \delta_t R_{f,t} + (1 - \rho_t) \sigma_s dz_t]] \quad \dots (6)$$

여기서 0.15와 -0.15를 추가한 이유는 상한가와 하한가의 효과를 고려하기 위함이다. 추가수익률 및 증가를 계산하는 과정에서 추가단위가 갖는 이산성(Discreteness)은 무시하였으며, 비체계적 위험의 변동성은 Wiener Process를 따르는 것으로 가정하였다. 이렇게 S의 추가흐름을 구한 후, 2005년 1월 3일부터 2009년 12월 15일까지 다양한 윈도우 크기로 계산한 베타계수들을 이용해 KOSPI200 지수선물을 헤징수단으로 하여 1일 1회 리밸런싱을 실시한 후 그 성과를 측정하였다. 헤징에 사용한 베타계수들 중 실험대상은 10거래일부터 300거래일까지 10일 단위로 윈도우 크기를 늘려가며 계산한 30개의 베타계수이며, 대조군으로서 600거래일, 900거래일 윈도우로 계산한 베타계수와

2000년 1월 4일부터 2004년 12월 30일까지의 자료로 계산한 정적 베타계수 역시 포함시켰다. 시뮬레이션은 각 상황별로 200회씩 실시하였으며, 실시 후 오차제곱합(SSE)의 표본평균을 측정하여 헤징 성과의 기준으로 삼았다.

## IV. 분석 결과

### 4.1 반응의 크기 증감과 베타계수 윈도우 크기에 따른 헤징 효율성의 변화

본 연구에서는 우선  $\rho$ 와  $\delta$ 를 모두 고정시킨 상태에서 헤징성과를 측정하였다. 그래프 3은 아무런 변화도 주지 않고 상관계수와 베타계수가 모두 0.9 근처에 머무르도록 통제된 경우의 분석결과이다. 그래프 (a)는 각 시점으로부터 180거래일 전까지의 자료로 계산한 상관계수와 베타계수를 나타낸 시계열 그래프이다. 여기서 실선은 180거래일간의 자료를 기준으로 계산한 베타계수, 점선은 180거래일간의 자료를 기준으로 계산한 상관계수이다. 그래프 3-(a)의 경우 지수선물에 대한 주식 S의 베타계수, 그리고 주식 S와 지수선물 간의 상관계수가 실험구간 전체에서 모두 약 0.9 주위를 맴돌며 시계열이 비교적 안정적인 모습을 보여주고 있다. 그래프 (b)는 헤징에 사용한 베타계수 윈도우별로 각각 오차제곱합의 평균이 어떠하였는가를 나타낸 것으로 X축은 윈도우의 크기, Y축은 오차제곱합의 평균이다.<sup>6</sup> 그래프 3-(b)를 보면 윈도우의 크기가 작아질수록 헤징오차가 더 크게 발생하며, 윈도우를 설정하지 않고 정적 베타계수를 사용하는 것이 가장 효율적인 헤징 방법이라는 결과가 나왔다는 것을 알 수 있다. 그래프 (a)와 (b) 아래에 위치한 표는 전체 실험기간 중 베타계수 및 상관계수의 평균 및 변동성을 나타낸다. 그래프 3의 경우 실험기간 동안 지수선물에 대한 주식 S의 베타계수의 평균이 0.9298, 주식 S와 지수선물 간의 상관계수의 평균이 0.9377이었으며 각각의 표준편차가 0.0070과 0.0017이라는 것을 알 수 있다.<sup>7</sup> 그래프 3의 경우 3-(b)를 통해 윈도우가

6 X축 기준으로 300거래일 이후의 세 자료는 각각 600거래일, 900거래일, 정적 베타계수의 헤징성과를 나타낸다.

7 이하 분석결과는 모두 그래프 3과 같은 형식으로 정리하였다.

작아질수록 헤징성과가 나빠지며 정적 베타계수를 사용하는 것이 가장 효율적이라는 것을 알 수 있다. 이는 다시 말해, 베타계수의 시계열이 안정적이라면 아무리 윈도우를 조정하여도 정적 베타계수의 헤징성과를 개선시킬 수 없다는 것을 의미한다.

그래프 4와 그래프 5는  $R_f$ 의 변화에 대한  $R_s$ 의 반응 크기의 증가로 인해 상관계수가 일정한 상황에서 베타계수 평균값이 1에서 각각 1.5와 2로 증가하도록 통제된 경우의 분석결과이다. 이 경우 베타계수의 추세가 강해질수록 그래프 (b)가 더 심하게 왼쪽으로 기울어지는 Smirk 형태<sup>8</sup>를 나타내는 것을 알 수 있으며 이는 곧 베타계수 움직임의 추세가 강할수록 작은 윈도우를 사용해 계산한 베타계수가 더 뛰어난 헤징성과를 보여준다는 것을 의미한다. 또한 같은 방식을 통해 베타계수가 감소하는 경우에도 변화의 폭이 클수록 그래프 (b)가 더 왼쪽으로 쏠리는 Smirk 형태를 나타냈으며, 이는 곧 베타계수의 움직임에 나타나는 추세의 크기가 가장 높은 헤징효율성을 보여주는 윈도우의 크기를 결정한다는 것을 의미한다고 볼 수 있다. 이는 추세가 나타나는 시점이 헤징시작 전인지 후인지 아니면 양쪽 모두에 걸쳐 나타나는지를 통제된 경우에도 비슷하게 나타났다. 즉, 헤징성과에 큰 영향을 미치는 베타계수 움직임의 추세는 헤징시작 후에 나타나는 추세이므로, 똑같은 크기의 변동성이라도 헤징시작 이후 기간에 영향을 미치는 부분이 커질수록 작은 윈도우가 뛰어난 성과를 보이는 것으로 나타났다.

#### 4.2 상관계수 증감과 베타계수 윈도우 크기에 따른 헤징 효율성의 변화

다음 단계에서는  $R_f$ 의 변화에 대한  $R_s$ 의 반응의 크기를 최대한 동일한 값으로 유지하면서 상관계수를 증감시킨 후 이에 따른 헤징 효율성의 변화를 살펴보았다. 그래프 6은 상관계수 증가와 함께 베타계수가 0.7에서 1로 증가하는 경우이다. 그래프 4와 6을 비교해 보면, 그래프 6의 베타계수 증가율이 그래프 4의 베타계수 증가율보다 더 큼에도 불구하고 윈도우 크기 조정에 따른 헤징 효율성 향상 효과가 더 작게 나타난다는 점을 확인할 수 있다. 이는 그래프 2에서도 알 수 있듯이 상관계수 변동에 의한 베타계수의 움직임은 추세에 따른 움직임보다 불규칙한 움직임이 훨씬 더 크게 나타나기

8 Smirk은 Skewed Smile을 의미하며, 단어의 왼쪽처럼 조소를 머금은 모양 같다 하여 붙여진 이름이다.

때문에, 윈도우 크기를 조절하더라도 헤징 효율성을 높이기가 어렵기 때문인 것으로 볼 수 있다.

그래프 7은 상관계수 감소와 함께 베타계수가 1에서 0.7로 감소하는 경우로 이러한 현상을 더 잘 나타내고 있다. 이 경우 윈도우 크기 조절이 전혀 의미를 갖지 못하는 것으로 나타났으며, 표에는 나타나 있지 않지만 헤징을 실시하지 않은 경우의 SSE 평균이 헤징을 실시한 모든 경우보다 낮게 나타났다. 따라서 반응의 크기가 고정된 상황에서 상관계수가 낮아지면 베타계수의 움직임이 추세에 따른 움직임보다 불규칙한 움직임 위주로 이루어지기 때문에 윈도우 크기 조절을 통해 헤징 효율성을 높이기 힘들다고 볼 수 있다.

그래프 7에서 나타난 성향을 좀 더 자세히 알아보기 위해, 마지막으로 상관계수를 1에서 0.5로 낮추면서  $\delta$ 를 매우 높여 베타계수가 1에서 2로 증가하도록 통제된 후 헤징 성과를 측정하였다. 그래프 8은 그 결과를 나타낸 것으로, 측정 결과 상관계수가 낮아지더라도 반응의 크기가 매우 커져 베타계수가 크게 증가한다면 윈도우 크기 조절이 헤징 효율성을 향상시키는 것으로 나타났다. 이를 통해 상관계수의 증감에 의한 베타계수의 시계열 불안정화는 윈도우 크기 조절로도 정확히 파악하기가 어려운 반면, 반응의 크기 증감에 의한 베타계수의 시계열 불안정화는 윈도우 크기 조절을 통해 비교적 정확히 파악할 수 있다는 사실을 알 수 있다. 그리고 이는 그래프 2에서 나타난 상관계수와 베타계수 사이의 불규칙한 관계로 인한 것이라고 볼 수 있다.

## V. 결 론

본 연구에서는 KOSPI200 지수선물을 대상으로 베타계수의 시계열 불안정성 정도에 따른 베타계수 윈도우 크기별 헤징성과를 측정하여 윈도우 크기 조절이 헤징 효율성에 미치는 영향에 대해 알아보았다. 이 과정에서 베타계수의 변동성을 최대한 다양한 형태로 구현하기 위해 민감성 반응크기 모형을 사용하였으며, 이를 통해 반응의 크기 변화로 인한 베타계수의 변화와 상관계수 변화로 인한 베타계수의 변화가 각각 헤징성과에 어떤 영향을 미치는가를 구별하여 측정하였다. 그 결과, 반응의 크기 변화로 인한 베타계수 시계열의 불안정성이 발생하였을 경우 변화가 크고 뚜렷할수록 짧은 기준으

로 측정된 베타계수를 이용한 동적헤징이 뛰어난 헤징성과를 보인 반면, 상관계수 변화로 인한 베타계수 시계열의 불안정성이 발생하였을 경우 상대적으로 윈도우 크기 조정이 큰 성과를 거두지 못하는 것으로 나타났다.

본 연구가 주는 시사점은 다음과 같다. 첫째, 동적헤징시 별도의 모형 없이도 여러 윈도우 크기로 계산한 베타계수들의 헤징성과를 대조하는 것만으로 베타계수의 시계열 안정성에 대한 가치 있는 정보를 얻을 수 있으며, 만약 기준일수에 따른 헤징성과를 그래프화하였을 때 Smirk 모양이 뚜렷이 나타난다면 그 정점에 있는 윈도우 크기로 계산한 베타계수를 동적헤징의 기준으로 삼았을 때 더 뛰어난 헤징성과를 거둘 수 있다. 둘째, 동일한 베타계수라도 상관계수의 크기에 따라 전혀 다른 방식으로 접근하여야 하며, 상관계수가 낮을 경우 베타계수가 높다고 하더라도 보수적으로 헤징을 실시하여야 한다.<sup>9</sup> 낮은 상관계수는 베타계수의 일관성을 감소시키고 불규칙적 변동성을 증가시키기 때문에 과거 변동성으로 미래 변동성을 예측하기가 어려우며, 따라서 가능하다면 더 높은 상관계수를 가진 다른 헤징수단으로 헤징을 실시하는 것이 더 안전할 수 있다.

## 참 고 문 헌

- 김술(2008), “옵션시장의 과잉반응에 대한 연구: 1997-1998년 외환위기를 전후하여”, 산업혁신연구, 제24권, 제3호, pp. 25-63
- 안병국(2003), “전통적 회귀분석모형과 오차수정모형을 통한 헤지비율 추정과 동적 헤징 전략”, 지식연구, 창간호, 명지대학교 금융지식연구소, pp. 212-232.
- 이용호(1997), “EVA를 이용한 기업의 경영성과 및 시장위험에 대한 연구”, 산업혁신연구, 제13집, pp. 211-230.
- 정병우, 이남영(2004), “우리나라 은행업의 환위험 관리에 대한 연구”, 산업혁신연구, 제20권, 제1호, pp. 33-50.
- Anson, M.(2008), “The Beta Continuum: From Classic Beta to Bulk Beta,” *Journal of*

9 그래프 8 (a)와 같은 형태를 만들기 위해서는  $\rho_t$ 의 감소분에 비해  $\delta_t$ 의 증가분이 훨씬 커야 하며, 이는 만약  $\delta_t$ 가 높더라도 거기서 훨씬 더 증가하지 않는다면 상관계수의 감소에 의해 베타계수가 급격히 감소할 수 있다는 사실을 암시한다.

산업혁신연구 (제26권 1호), 2010. 3. pp. 77~97.

*Portfolio Management*, Vol. 34, No. 2, pp. 53-64.

Blume, M. E.(1971), "On the Assessment of Risk," *Journal of Finance*, Vol. 26, No. 1, pp. 1-10

Bogue, M. C.(1973), *The Estimation and Behavior of Systemic Risk*, Unpublished Ph. D Dissertation, Stanford University.

Box, G. E. P. and G. M., Jenkins(1970), *Time Series Analysis: Forecasting and Control*, San Francisco: Holden day.

Campbell, J. Y. and T., Vuolteenaho(2004), "Bad Beta, Good Beta," *American Economic Review* 94, pp. 1249-1275.

Engle, R. F. and C. W. J., Granger(1987), "Co Integration and Error Correction," *Econometrica*, Vol. 55, No. 2, pp. 251-276.

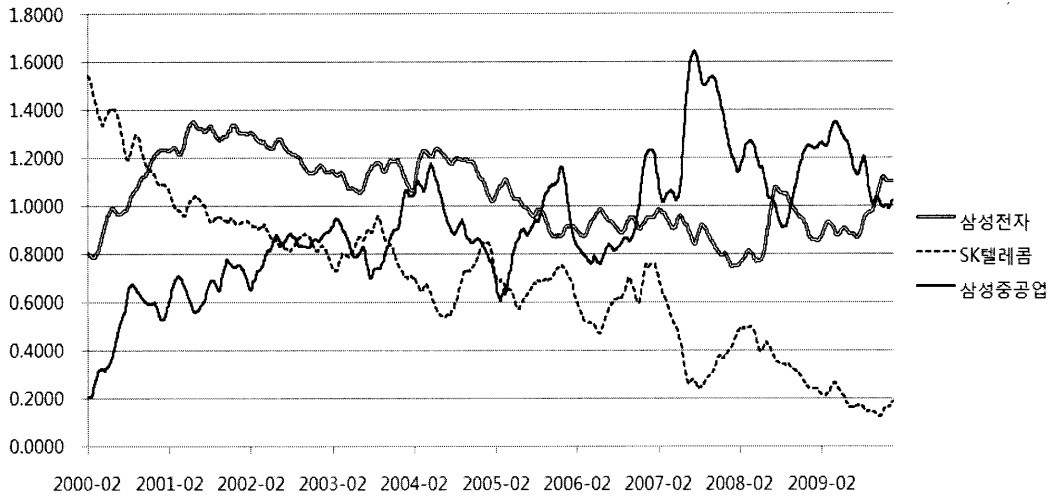
Ghysels, E.(1998), "On Stable Factors in the Pricing of Risk," *Journal of Finance*, Vol. 53, No. 2, pp. 549-573.

Heston, S. L.(1993), "A Closed Form Solutions for Options with Stochastic Volatility with Applications to Bond and Currency Options," *Review of Financial Studies*, Vol. 6, No. 2, pp. 327-343.

Levy, R. A.(1971), "On the Short Term Stationarity of Beta Coefficients," *Financial Analysts Journal*, Vol. 27, No. 6, pp. 55-62

Vasicek, O. A.(1973), "A Note on Using Cross Sectional Information in Bayesian Estimation of Security Betas," *Journal of Finance*, Vol. 28, No. 5, pp. 1233-1239.

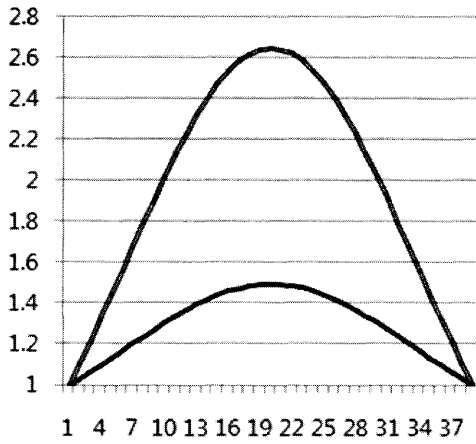
01/21/2010 접수, 03/14/2010 1차 수정, 03/19/2010 2차 수정, 03/22/2010 게재



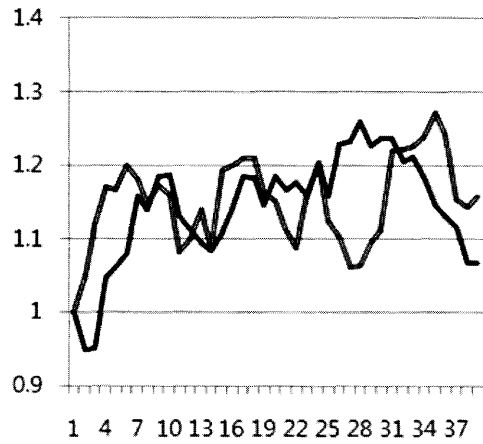
<그래프 1> KOSPI200 지수선물에 대한 3사 주가의 베타계수 변동성의 추세

<표 1> 3사 주가의 베타계수 움직임에 대한 ADF 단위근 검정 결과(1년 단위)

연도	삼성전자		SK텔레콤		삼성중공업	
	t-value	p-value	t-value	p-value	t-value	p-value
2000	-2.3917	0.1453	-2.1514	0.225	-2.5095	0.1145
2001	-3.0268	0.0338	-3.4641	0.0098	-1.8814	0.3408
2002	-3.5005	0.0088	-2.9644	0.0398	-3.5403	0.0077
2003	-2.0165	0.2797	-2.6332	0.0877	-1.9385	0.3143
2004	-2.738	0.0691	-2.742	0.0685	-2.4218	0.1368
2005	-2.5807	0.0983	-3.1543	0.024	-2.6394	0.0865
2006	-2.4996	0.1168	-2.1946	0.2089	-2.5931	0.0957
2007	-2.7238	0.0714	-2.4461	0.1303	-1.5859	0.4883
2008	-1.7626	0.3985	-3.3397	0.0142	-2.007	0.2838
2009	-2.4617	0.1262	-3.0927	0.0284	-2.7337	0.0698

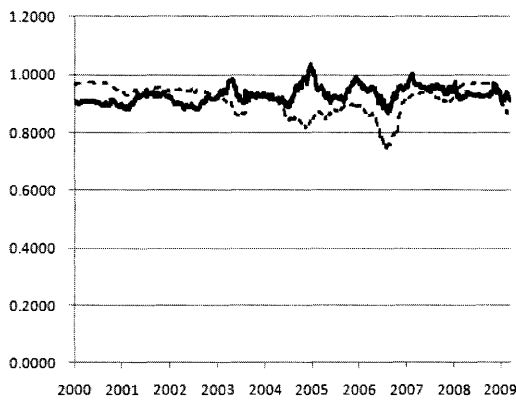


(a)  $\beta=0.3, \rho=1.0$

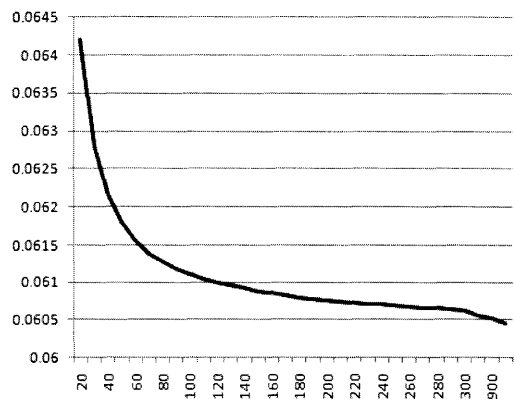


(b)  $\beta=0.3, \rho=0.24$

<그래프 2> 반응의 크기와 상관성이 각각 베타계수에 미치는 영향 사이의 이질성



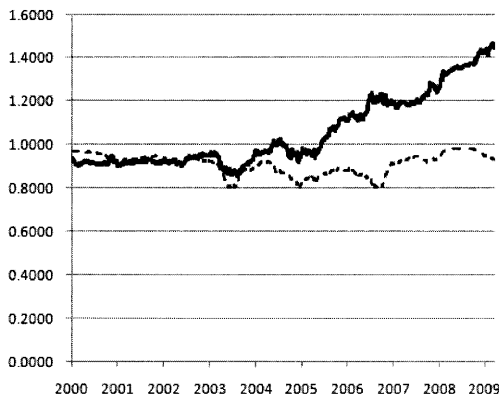
(a)



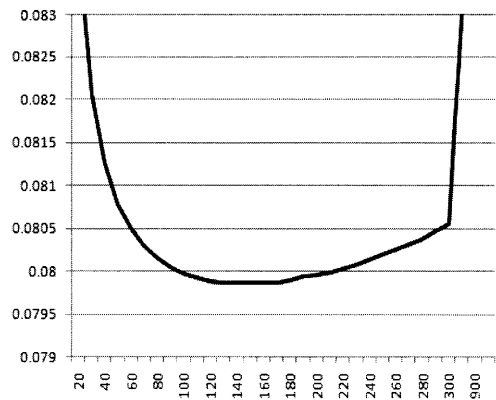
(b)

$\beta$ mean	$\beta$ volatility	$\rho$ mean	$\rho$ volatility
0.9298	0.0070	0.9377	0.0017

<그래프 3> 아무런 추세도 주지 않은 경우의 헤징 성과



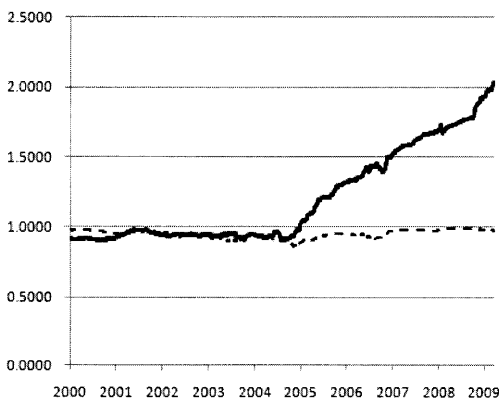
(a)



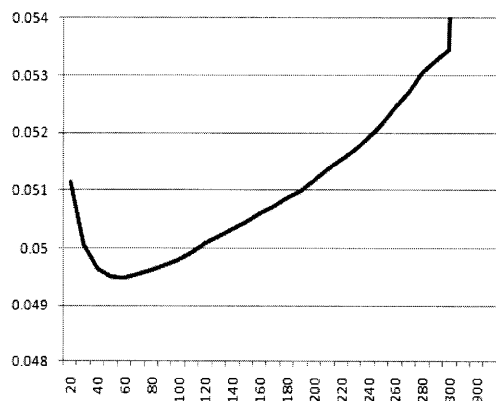
(b)

$\beta$ mean	$\beta$ volatility	$\rho$ mean	$\rho$ volatility
1.0505	0.0082	0.9234	0.0021

<그래프 4> 민감도 증가로 인해 베타계수가 1에서 1.5로 증가한 경우



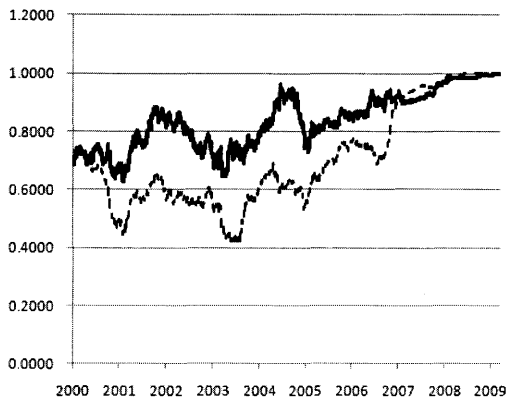
(a)



(b)

$\beta$ mean	$\beta$ volatility	$\rho$ mean	$\rho$ volatility
1.1939	0.0061	0.9296	0.0016

<그래프 5> 민감도 증가로 인해 베타계수가 1에서 2로 증가한 경우



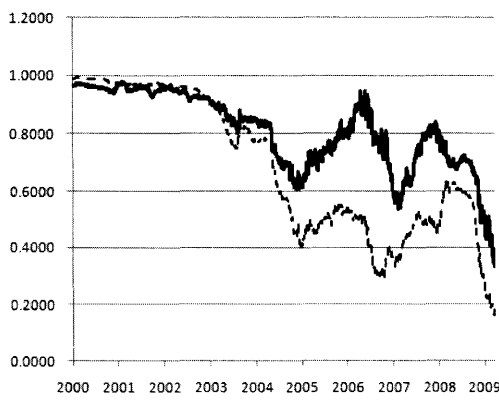
(a)



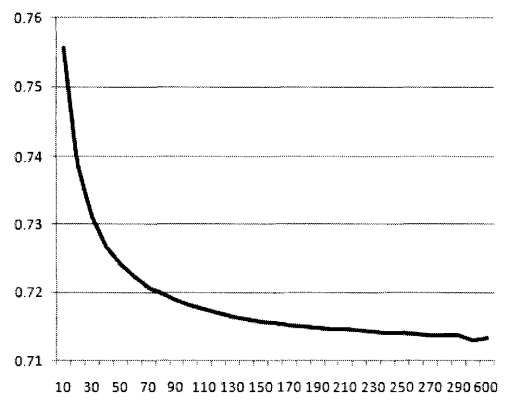
(b)

$\beta$ mean	$\beta$ volatility	$\rho$ mean	$\rho$ volatility
0.8348	0.0200	0.6988	0.0106

<그래프 6> 상관계수 증가로 인해 베타계수가 0.7에서 1로 증가한 경우



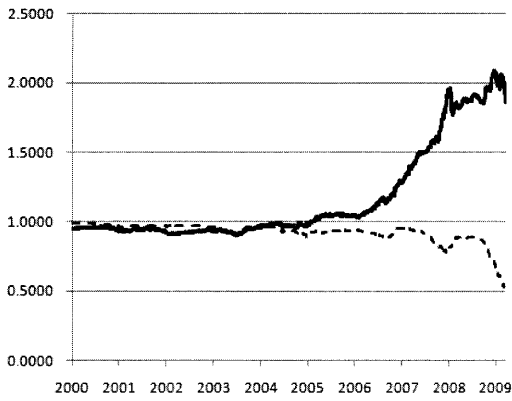
(a)



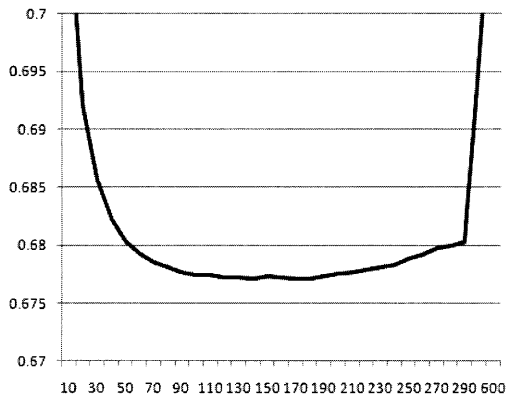
(b)

$\beta$ mean	$\beta$ volatility	$\rho$ mean	$\rho$ volatility
0.8666	0.0152	0.6994	0.0104

<그래프 7> 상관계수 감소로 인해 베타계수가 1에서 0.7로 감소한 경우



(a)



(b)

$\beta$ mean	$\beta$ volatility	$\rho$ mean	$\rho$ volatility
1.2053	0.0147	0.7952	0.0082

<그래프 8> 상관계수는 감소하지만 베타계수는 1에서 2로 증가한 경우

# Innovation of Dynamic Hedging Performance with Adjustment of Conventional Regression model : A Simulation Study<sup>1</sup>

*Kim, Sol<sup>2</sup> · Lee, Geul<sup>3</sup>*

## Abstract

This paper examines the possibility of performance innovation when we use KOSPI200 index futures and conventional regression model to dynamic hedge a specific stock in KOSPI200 market without any model changes. Unlike preceding studies which tried to give up conventional regression model and invent new ones to calculate beta coefficient, this paper holds conventional model and tries to enhance hedging performance just by adjusting length of criterion period of beta coefficient calculation, minimizing model risk. This method got its idea from 'Window Size' concept, which is a part of Simple Moving Average Method(SMA). In analysis phase, we create a virtual stock in KOSPI market by correlativity-reaction size model and identify hedging performance of each window size by Monte Carlo simulation. As a result, we found that appropriateness of specific window size varies with intensity of trend in beta coefficient movement.

Keywords: Beta coefficient, Correlation coefficient, Dynamic hedging, KOSPI200 Index futures, Optimal Hedge Ratio

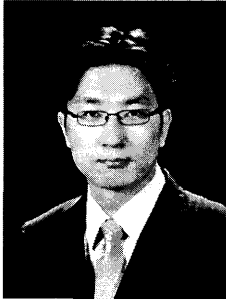
---

1 This work was supported by Hankuk University of Foreign Studies Research Fund Of 2010.

2 Associate Professor. School of Business, Hankuk University of Foreign Studies. 270 Imun-Dong, Dongdaemun-Gu, Seoul 130-791. tel: 82-2-2173-3124, e-mail: solkim@hufs.ac.kr

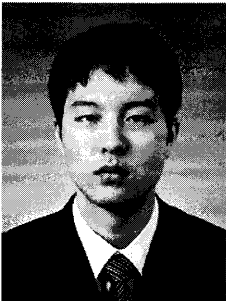
3 MA Candidate. School of Business, Hankuk University of Foreign Studies. 270 Imun-Dong, Dongdaemun-Gu, Seoul 130-791. tel: 82-2-2173-2399, e-mail: owan.co@hotmail.com

저자소개



김 솔

현재 한국외국어대학교 경영학부 부교수  
최종학력: KAIST 경영공학 박사  
관심분야: 파생상품가격결정 및 헤징



이 글

현재 한국외국어대학교 경영대학원 석사과정  
최종학력: 한국외국어대학교 경영대학원(재학)  
관심분야: 파생상품가격결정 및 헤징